

**UNIVERSIDAD COLEGIO MAYOR DE CUNDINAMARCA  
FACULTAD DE ADMINISTRACIÓN Y ECONOMÍA  
PROGRAMA DE ECONOMÍA  
PROYECTO DE GRADO**

**MODELO DE OPTIMIZACIÓN MCCVRP APLICADO A  
DISTRIBUCIÓN DE EFECTIVO**

Luisa Fernanda Vela Avila

**BOGOTÁ D.C.**

**2022-2**

## Resumen

Los países que hacen uso de su efectivo nacional, es decir que para su actividad económica no hacen uso de divisas y las transacciones comerciales de sus habitantes se realizan en su propia moneda, atribuyen al Banco Central la función y responsabilidad de la distribución de su efectivo, en algunos de éstos países también se les atribuye la producción de sus billetes y monedas, como es el caso de: Brasil, México, Colombia, Argentina, Chile y Venezuela, países que cuentan con sus propias plantas de producción y fabricación de efectivo.

Dada esta función a cargo del Banco Central de distribuir las especies monetarias que requiere la economía para su correcto funcionamiento, se identifica la necesidad de realizar una programación de rutas óptima que garantice la eficaz colocación del efectivo en cada punto de demanda (ciudades) partiendo de centros de efectivo (depósitos), identificando las restricciones de logística que se puedan tener para las operaciones. Es por lo que se propone dar solución por medio de un modelo MCCVRP adaptado a las condiciones y parámetros del problema.

**Palabras Clave:** Traveling Salesman Problem, Vehicle Routing Problem, Capacitated VRP, Depot, Warehouse.

**JEL Codes:** A, C, L.

# Tabla de contenido

1. Introducción.....	4
2. Revisión de la Literatura. ....	7
3. Presentación de los Datos.....	12
4. Resultados.....	16
5. Conclusiones .....	20
6. Referencias.....	21

# 1. Introducción.

Diariamente todas las personas realizan actividades de comercio por medio de la compra y/o venta de bienes y servicios, como se determina en la teoría del flujo circular de la economía, y para poder desarrollar con éxito estas actividades hacemos uso de una importante herramienta como lo es el efectivo (billetes y monedas) que cumplen con las funciones de ser para los individuos: Medio de pago<sup>1</sup>, depósito de valor <sup>2</sup>y unidad de cuenta<sup>3</sup>.

Los Bancos Centrales de países con una política monetaria autónoma tienen la función estatal y la responsabilidad de realizar una óptima distribución del efectivo a nivel nacional, con el objetivo de que cada individuo pueda participar oportunamente de las actividades de compra y/o venta de bienes y servicios a fin de satisfacer sus necesidades fisiológicas y de seguridad.

Por lo general, esta labor es realizada por las tesorerías de cada Banco Central, en donde a través de metodologías estadísticas de pronóstico aplicadas geográficamente, se busca identificar el nivel de necesidad para cada especie monetaria en particular y así, garantizar que para cada punto de abastecimiento se tenga unas existencias óptimas que logren cubrir la totalidad de la demanda de los ciudadanos.

En el caso de Colombia el Banco de la República (BR) ejerce, en forma exclusiva e indelegable, la función estatal de emitir la moneda legal y, en consecuencia, realiza la impresión, acuñación, cambio y destrucción y puesta en circulación de especies monetarias.

---

<sup>1</sup> Medio de cambio o de pago: Facilita el intercambio porque tiene la característica de aceptabilidad como pago.

<sup>2</sup> Depósito de valor: Contribuye al concepto de riqueza, ya que nos permite ahorrar y poder realizar gasto con el mismo en el futuro.

<sup>3</sup> Unidad de cuenta: Permite medir el valor de los bienes y servicios y hacer comparaciones entre diferentes bienes.

Las fábricas de producción en donde se realiza la impresión de los billetes y la acuñación de las monedas, se describen a continuación:

- **Imprenta de Billetes (IB):** Ubicada en la ciudad de Bogotá, la cual tiene como misión la producción de los billetes de BR, necesarios para atender los requerimientos del Departamento de Tesorería, con tecnología y personal especializados, orientado bajo principios éticos y de compromiso institucional, asegurando un producto con costos competitivos, de excelente calidad y seguridad. En la actualidad la IB realiza producción de especies monetarias en las denominaciones de \$2.000, \$5.000, \$10.000, \$20.000, \$50.000 y \$100.000.
- **Fábrica de Moneda (FM):** Ubicada en la ciudad de Ibagué, la cual realiza la producción nacional de la moneda metálica que circulará entre la población colombiana de acuerdo con las necesidades de la Tesorería del Banco de la República, bajo criterios de calidad, oportunidad, cantidad y competitividad. Actualmente la FM realiza producción de especies monetarias en las denominaciones de \$50, \$100, \$200, \$500 y \$1.000.

Para la puesta en circulación de las especies monetarias el BR, cuenta con dos sistemas de provisión de efectivo, explicados a continuación:

- **Ventanillas de Tesorería BR:** Son sucursales Banco República que prestan servicios al público general sin costo monetario, algunos de estos son: Operaciones de cambio de billetes y monedas<sup>4</sup>, venta de monedas y medallas conmemorativas y venta de oro,

---

<sup>4</sup> Recibir billetes de las denominaciones \$10.000, \$20.000, \$50.000 y \$100.000 en cualquier estado (aptos o deteriorados) y entregar a billetes de baja denominación (\$2.000 y \$5.000) y/o moneda metálica. Recibir billetes deteriorados de cualquier denominación y entregar a cambio billetes en buen estado y/o moneda metálica. Recibir moneda metálica y entregar a cambio billetes en buen estado o moneda metálica de denominaciones distintas a las recibidas.

plata y platino para usos industriales. Están ubicadas en las ciudades de: Armenia, Barranquilla, Bucaramanga, Bogotá, Cali, Cúcuta, Medellín y Villavicencio.

- **Centros Complementarios de Efectivo (CCE'S):** Son fondos de efectivo del BR operados bajo responsabilidad de compañías transportadoras de valores en diferentes ciudades del país, con los cuales estas firmas realizan las operaciones de tesorería autorizadas por el Banco, entre ellas, el servicio de ventanilla de atención al público para cambio de efectivo con entidades financieras y el público en general<sup>5</sup>, sin costo para los usuarios. Los CCE'S que cuentan con el servicio de ventanilla están ubicados en las ciudades de: Ibagué, Cartagena, Florencia, Manizales, Neiva, Pereira, Popayán, Santa Marta, Sincelejo y Valledupar.

Se debe garantizar que la distribución del efectivo desde los depósitos de producción anteriormente descritos (IB y FM), se realice de una forma óptima en donde se provisionen las especies monetarias suficientes para el cubrimiento de la totalidad de la demanda que tienen los ciudadanos y las entidades a nivel nacional para el correcto funcionamiento de la economía, sin embargo, este proceso está sujeto a las restricciones de logística que se presentan en la operatividad, algunas de estas son: Límite de trayectos en una ventana de tiempo específica, máxima capacidad del vehículo, existencias disponibles para envío desde las plantas, entre otras. Es por esto, que se busca dar solución a esta problemática haciendo uso de una herramienta de optimización que tenga en cuenta todas estas restricciones logísticas y pueda realizar una priorización de las necesidades de efectivo para cada una de

---

<sup>5</sup> Cambio de billete de alta denominación por billete de baja denominación y moneda metálica. Cambio de billete de alta denominación en mal estado por billete de la misma denominación en buen estado. Cambio de billete de cualquier denominación en mal estado por billete de baja denominación y moneda metálica en buen estado.

las ciudades del territorio nacional, asimismo, proporcione un resultado de ruteo óptimo que facilite la toma de decisiones en la Tesorería del Banco de la República.

## **2. Revisión de la Literatura.**

El dinero cumple un papel fundamental para el eficiente funcionamiento de las actividades comerciales que realizamos diariamente como ciudadanos, Vargas (2002) asegura que la moneda es el instrumento mediante el cual se facilita el correcto funcionamiento de la economía, su buen manejo garantiza la eficiencia del sistema monetario (relación directa), es por esto que, un sistema monetario eficaz contribuye a mejorar los niveles de empleo y el uso óptimo de los recursos, en contraste, sí el sistema monetario no funciona de forma adecuada la economía se enfrentará a graves fluctuaciones en sus niveles de producción, empleo y precios, y también se evidenciará distorsión en la asignación de los recursos.

Para garantizar la eficiencia del funcionamiento del sistema monetario es primordial realizar una eficiente proyección de las necesidades geográficas que se tengan del efectivo, lo cual se convierte en un reto para las tesorerías de los Bancos Centrales, el Banco de México (2021) establece que la demanda del efectivo puede ser dividida en dos factores, presentados a continuación:

- ***Factores económicos:***
  - La actividad económica, en especial el comportamiento del comercio ya que sus transacciones son realizadas en efectivo, es decir, conforme aumenta la actividad económica se genera una mayor demanda de billetes y monedas para la realización de estas operaciones.

- Precios, entre mayor sea nuestro nivel de inflación, los precios serán más altos y, por ende, la economía requerirá un mayor uso del efectivo.
- El costo de mantener el efectivo, entre más alto sea mi costo de oportunidad de tener mi dinero en una cuenta bancaria cobrando una tasa de interés a tenerlo en el bolsillo perdiendo valor adquisitivo de compra, la demanda de efectivo será más baja.
- ***Factores estacionales:***
  - Estos factores están sujetos al tiempo, por ejemplo, el periodo de las fiestas navideñas, el pago de las primas, el pago del salario mes a mes en fechas específicas, entre otros, en estos momentos del tiempo se presenta una mayor demanda del efectivo por parte del público.

Asimismo, explican que los pronósticos que utilizan para anticipar las necesidades de inventario de billetes y monedas son resultado de modelos estadísticos que toman en cuenta elementos del comportamiento de la economía como: El incremento en la circulación de billetes debido a factores económicos y estacionales, reemplazo del billete y la moneda deteriorada por nuevo inventario apto para el uso y la política de inventario para cada especie monetaria.

Arango, Misas y Hernández (2004) explicaban el escenario de la definición de las necesidades de efectivo para cada inventario indicando que es similar al que enfrentan las empresas con multi-productos durables de comportamiento sustituto-cercanos, es decir, se debe realizar una estimación por cada producto (en este caso inventario y denominación) teniendo en cuenta el grado de sustitución existente entre ellos.

Definidas las necesidades de especies monetarias para cada localización y por cada denominación, se deben establecer las rutas de distribución, haciendo un paralelo entre el proceso de distribución de las especies monetarias que realiza el Banco de la República en Colombia descrito en la introducción de este documento, el Banco de México (2021) explicó su metodología de distribución por inventario de la siguiente manera:

- **Billete:** Luego de realizada la producción de los Billetes en las Fábricas de Billetes del Banco de México ubicadas geográficamente en la Ciudad de México y en Jalisco, se realiza un primer envío a las Cajas Regionales<sup>6</sup>, se realiza un segundo envío desde las Cajas Regionales a los corresponsales<sup>7</sup> que son depósitos a cargo de Bancos Comerciales facultadas para atender, por cuenta y a nombre del Banco de México en ciudades donde no hay presencia de Cajas Regionales.
- **Moneda Metálica:** El proceso de distribución comienza en la Casa de Moneda de México en San Luis Potosí, realizando un primer envío similar al de Billete a las Cajas Regionales de México, este traslado de valores se desarrolla vía terrestre utilizando servicios de transportadoras de valores. Para este escenario, no se cuentan con corresponsales para la distribución del inventario, es por esto que para atender la demanda de los Bancos Comerciales se realizan envíos a cada una de las oficinas utilizando servicios de empresas transportadoras de valores.

Para el proceso de distribución necesitamos una metodología que contemple las necesidades para cada punto de distribución con base en el pronóstico de demanda y el ruteo geográfico que mejor favorezca la operación según las restricciones logísticas. Sobre el campo de la

---

<sup>6</sup> Oficinas del Banco de México localizadas en las ciudades de Guadalajara, Hermosillo, Mérida, Monterrey, Veracruz y Ciudad de México.

<sup>7</sup> A la fecha 30 de Diciembre de 2021 existían corresponsales en 44 ciudades del país de México.

optimización en ruteo de vehículos se han realizado importantes desarrollos, entre estos juega un papel transversal el Problema de Ruteo de Vehículos conocido bajo sus siglas en inglés VRP. Yeun, Ismail, Omar y Zirour (2008) realizan una aproximación a la definición del VRP como un problema basado en encontrar las rutas óptimas para la entrega de productos de una firma desde uno o varios depósitos, cumpliendo las restricciones que se tengan para la ejecución de la operación y teniendo como objetivo cumplir satisfactoriamente con las demandas de sus clientes.

Velásquez (2015), el problema base es el VRP (Vehicle Routing Problem) el cual es una derivación del TSP (Traveling Salesman Problem), sin embargo, dadas las variaciones en el planteamiento del problema, ya sean los criterios o las restricciones dadas, se han derivado diferentes sistemas del VRP tradicional, entre los más utilizados comúnmente encontramos:

- **CVRP (Capacitado):** En este modelo se establece una restricción básica la cual garantiza que la carga del vehículo no puede superar la capacidad máxima establecida.
- **MDVRP (Múltiples depósitos):** El número de almacenes de despacho es superior a uno, es decir, la carga puede salir de dos puntos de ubicación distintos.
- **VRPTW (Ventanas de tiempo):** El cliente sólo puede recibir el pedido en un intervalo de tiempo establecido, es decir que si se realiza la entrega fuera de este rango, se generará un costo adicional a la ruta por espera o retraso en la entrega final.
- **OVRP (Abierto):** La ruta no está obligada a terminar en el mismo punto de despacho, es decir, que una vez finalizada su última entrega a cliente finaliza la ruta.
- **IVRP (Inventario):** El objetivo de la optimización será lograr mantener niveles promedio de inventario en cada punto a abastecer.

Orrego (2013) realizó una definición sencilla del TSP (Problema del Agente Viajero) el cual es la base para la metodología del VRP, lo describimos a continuación:

$$V = \{1,2,3, \dots, n\}: \text{Conjunto de } n \text{ ciudades}$$

$$(i, j) \in A: \text{Arcos o caminos que unen cada una de las ciudades}$$

$$C_{ij}: \text{Distancia para ir de la ciudad } i \text{ a la ciudad } j$$

El agente realiza un recorrido desde una ciudad de origen y debe visitar el resto de las  $n$  ciudades una sola vez en toda su ruta, asimismo, su último punto de visita debe ser la ciudad de origen, esto garantiza que el modelo es cerrado porque regresa al punto de origen.

**Se define la variable de decisión:**

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se usa el arco } ij \text{ para realizar el tour} \\ 0 & \text{no se hace uso del arco } ij \text{ para el tour} \end{cases}$$

**Definición de la función objetivo:**

$$\text{Min } v = \sum_{(i,j) \in A} c_{ij} x_{ij} \quad (A)$$

**Sujeto a las restricciones:**

$$\sum_{\{i:(i,j) \in A\}} x_{ij} = 1 \quad \forall j \in V \quad (B)$$

La restricción (B) significa que se puede llegar a una ciudad  $j$  desde una sola ciudad  $i$ .

$$\sum_{\{j:(i,j) \in A\}} x_{ij} = 1 \quad \forall i \in V \quad (C)$$

La restricción (C) significa que desde una ciudad  $j$  solo se puede pasar a una única ciudad  $i$ .

$$\sum_{\{(i,j) \in A: i \in U: j \in (V-U)\}} x_{ij} \geq 1 \quad 2 \leq |U| \leq |V| - 2 \quad (D)$$

La restricción D corrige el error de la existencia de subtours en la solución del ruteo.

Usando como base la estructura del TSP descrita con anterioridad, se crea la propuesta de un modelo MCCVRP como se describe en el siguiente apartado del documento.

### **3. Presentación de los Datos.**

La propuesta que se describe a continuación en el documento se estructura bajo las condiciones básicas del problema que puede enfrentar cualquier firma que cuenta con un (1) depósito de almacenamiento y tiene que satisfacer la demanda de sus multi-productos para cada localización de clientes, tomando en cuenta las restricciones que tenga para el transporte (capacidad de vehículo, número de vehículos disponible) y los costos asociados del mismo.

Se realiza la aclaración que la finalidad de este modelo transversal es aplicarlo en el Departamento de Tesorería del Banco de la República, para garantizar la distribución óptima de las (6) denominaciones de Billeto producidas en la actualidad (\$2.000, \$5.000, \$10.000, \$20.000, \$50.000 y \$100.000), sin embargo, se presentará la formulación estándar que puede ser aplicada a cualquier empresa que presente las mismas características de la problemática de logística.

El modelo que se presenta a continuación es un MCCVRP (Multi-commodity Capacitated Vehicle Routing Problem) partiendo de la base de un CVRP (Capacitated Vehicle Routing Problem) agregando el escenario de multi-productos para las denominaciones.

**Definición del problema:**

$N = \{0, 1, 2, 3, \dots, n\}$ : Colección de nodos

El nodo que representa el Depot Warehouse es 0, y los nodos que representan cada cliente están en el rango de 1 a n.

$V_k = \{0, 1, 2, 3, \dots, |k|\}$ : Colección de vehículos disponibles

$NC_{jd} \geq 0$  : Necesidades de los clientes  $i$

$Q > 0$  : Capacidad Máxima del Vehículo

$CF > 0$ : Costo fijo de activar el vehículo

$CNA > 0$ : Costo de no atender la necesidad

$Dist_{ij} > 0$  : Distancia del nodo  $i$  al nodo  $j$

$D_d = \{0, 1, 2, 3, \dots, |d|\}$ : Denominaciones de inventario

### Definición de las variables de decisión

$$x_{ij}^k = \begin{cases} 1 & \text{se toma la ruta} \\ 0 & \text{no se toma la ruta} \end{cases}$$

$$z_k = \begin{cases} 1 & \text{se activa el vehículo} \\ 0 & \text{no se activa el vehículo} \end{cases}$$

$$y_{jd}^k = \{ \text{Cantidad a enviar para cada destino por denominación} \}$$

$$u_{jd} = \{ \text{Cantidad no atendida por denominación} \}$$

### Definición de la función objetivo

$$\min \sum_{(i,j)}^{Dist} x_{ij}^k + \sum_k^z CF + \sum_{(j,D)}^u CNA \quad (1)$$

Minimizar los costos asociados a la activación de los trayectos desde el nodo  $i$  al nodo  $j$ , asegurando el mayor cubrimiento de las necesidades.

### Descripción de las restricciones

$$\sum_{i=0; i \neq j}^N \sum_{k=0}^V x_{ij}^k \leq 1 \quad \forall j > 0 \quad (2)$$

La ecuación (2) explica que para cada nodo  $j$  diferente al depósito (0) al que se le active el arco, únicamente podrá ser visitado por un solo vehículo.

$$\sum_{i=0, j=1}^N x_{0,j}^k = z_k \quad \forall k \quad (3)$$

$$\sum_{i=1, j=0}^N x_{i,0}^k = z_k \quad \forall k \quad (4)$$

Las ecuaciones (3) y (4) garantizan que la misma cantidad de vehículos que se activan en el ruteo, salen del depósito y regresan al depósito.

$$\sum_{i=0; j=0; i \neq j}^N x_{ij}^k - \sum_{i=0; j=0; i \neq j}^N x_{ji}^k = 0 \quad \forall k, \forall j \quad (5)$$

La ecuación (5) garantiza que la misma cantidad de vehículos que llegan a la ubicación de un cliente es igual a la cantidad de vehículos que salen de la ubicación del cliente.

$$y_{jd}^k \leq \sum_{i=0; j=1; i \neq j}^N \sum_{k=0}^V x_{ij}^k * NC_{jd} \quad \forall k, \forall j > 0, \forall d \quad (6)$$

La ecuación (6) significa que la cantidad que decido enviar a todos los nodos  $j$  por denominación  $d$ , debe ser menor o igual a las necesidades (demanda) de cada nodo  $j$  que decido visitar diferente al depósito.

$$u_{jd} + \sum_{k=0}^V y_{jd}^k = NC_{jd} \quad \forall j > 0, \forall d \quad (7)$$

La ecuación (7) garantiza que la sumatoria de lo que decido llevar en el ruteo mas lo que decido dejar de atender para todo nodo  $j$  diferente al depósito debe ser igual a las necesidades de todos los nodos  $j$  por denominación  $d$ .

$$\sum_{d=0}^D \sum_{i=0, j=1}^N y_{jd}^k \leq Q * z_k \quad \forall k \quad (8)$$

La ecuación (8) garantiza que en el modelo la sumatoria de todo lo que decido llevar desde los nodos  $i$  hasta cada nodo  $j$  diferente al depósito, debe ser menor o igual a la máxima capacidad por cada vehículo que decido activar en el ruteo.

$$x_{ij}^k \leq z_k \quad \forall i, \forall j, \forall k \quad (9)$$

La ecuación (9) garantiza que no se debe activar un número de arcos por vehículo mayor al número de vehículos que decido activar.

$$\sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in S, i \neq j} x_{ji}^k \leq |S| - 1 \quad S \subseteq N \setminus \{0\} \quad (10)$$

La ecuación (10) elimina la posibilidad de que existan errores relacionados con subrutas.

## 4. Resultados.

El algoritmo matemático descrito con anterioridad se desarrolla haciendo uso del lenguaje de programación Python en su versión 3.10.4. Se decide realizar programación lineal de enteros mixtos (MILP), ya que este campo de la programación es el que nos da la opción de realizar una optimización de los sistemas con un método flexible entero-mixto que permite resolver problemas grandes y complejos en la integración de procesos.

Aplicamos para un escenario aleatorio donde se presentan las siguientes condiciones:

$$N = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$V_k = \{0, 1, 2\}$$

$$NC_{jd} = \text{Aleatorio entero entre } 100 \text{ y } 5.000$$

$$Q = 25.500$$

$$CF = 1.000$$

$$CNA = 10.000.000$$

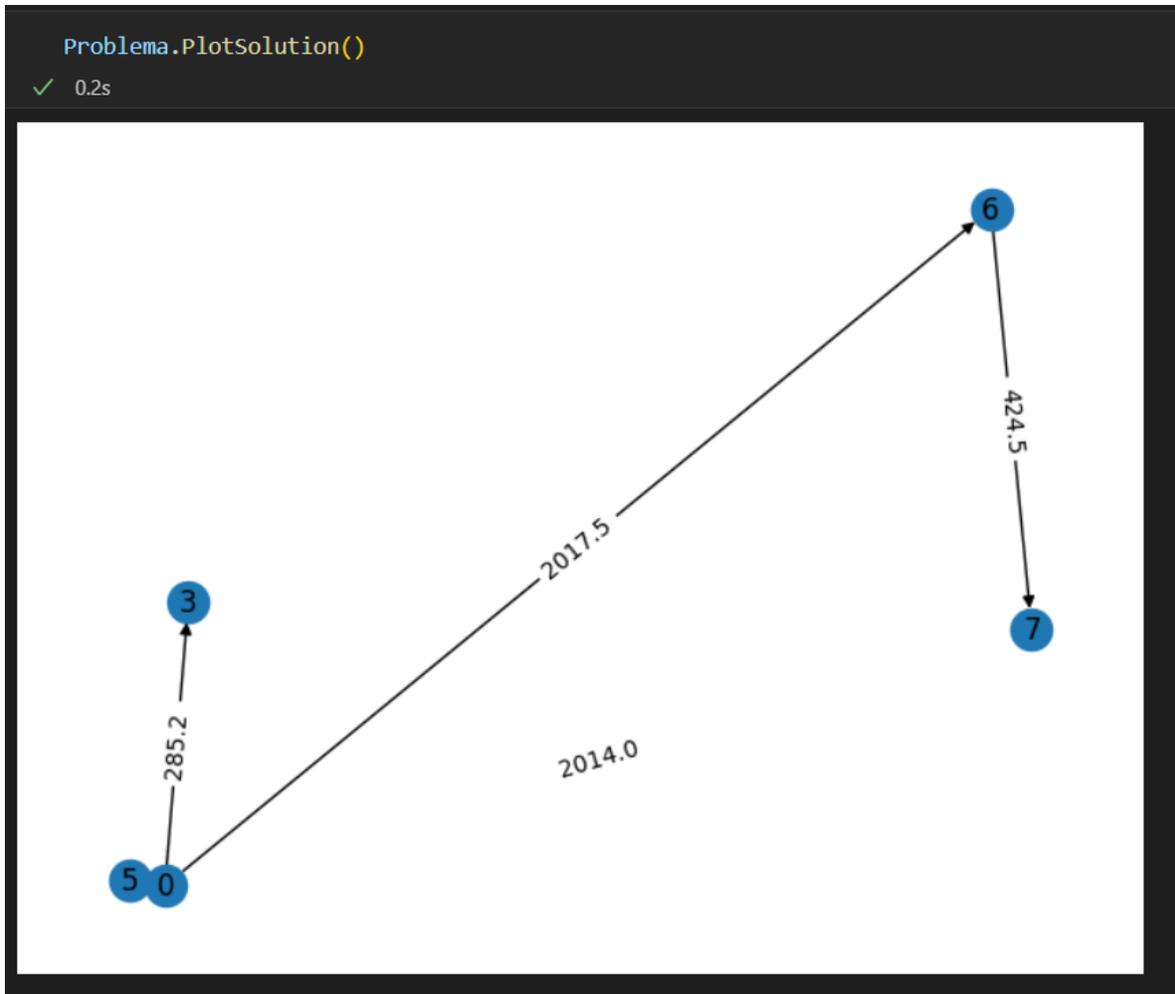
$$Dist_{ij} = \text{Aleatorio entero mayor a } 0$$

$$D_d = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \}$$

La solución óptima que encontró el modelo fue la siguiente:

```
Problema.SolveProblem()  
✓ 52.6s  
Vehicle Requirements: 3.0  
Moving Distance: 304730008192.8  
Optimal
```

```
Problema.ruta  
✓ 0.1s  
{0: {(0, 6): 2017.5, (6, 7): 424.5, (7, 0): 2014.0},  
 1: {(0, 3): 285.2, (3, 0): 285.2},  
 2: {(0, 5): 83.2, (5, 0): 83.2}}
```



Realizó uso de los 3 vehículos disponibles, sin embargo, dada la capacidad y las necesidades para cada nodo, únicamente atendió las necesidades de los nodos 3, 5, 6 y 7.

El problema en todo su universo presentaba las siguientes necesidades:

```
sum(Problema.instancia['Necesidades'][j,d] for j in range(1,Problema.instancia['N']) for d in range(Problema.instancia['D']))
✓ 0.3s
106973
```

Las necesidades que decidió atender en el ruteo fueron:

```
sum(Problema.y[j,k,d].value() for (j,k,d) in Problema.DestVehiDen)
✓ 0.6s
76500.0
```

Y, por último, las necesidades que decidió no atender en la ruta fueron:

```
sum(Problema.u[j,d].value() for (j,d) in Problema.DestDen)
✓ 0.4s
30473.0
```

Verificando la ecuación (7) en donde garantiza que la sumatoria de lo que decido llevar en el ruteo más lo que decido dejar de atender para todo nodo j diferente al depósito debe ser igual a las necesidades de todos los nodos j por denominación d.

$$76.500 + 30.473 = 106.973$$

Asimismo, verificamos que en el ruteo se esté haciendo uso de la máxima capacidad (Q) que puede llevar para cubrir las necesidades por denominación cada vehículo (V) que el modelo decide activar.

$$\frac{76.500}{3} = 25.500$$

## 5. Conclusiones

- El modelo garantiza cumplimiento al Artículo 11 de la Ley 31 de 1992 del Banco de la República donde se determina la función del Banco de la provisión de billetes y monedas metálicas “*El Banco de la República adoptará las medidas necesarias para asegurar la provisión de billetes y monedas metálicas en sus distintas denominaciones.*” Por medio de la distribución óptima de las seis (6) denominaciones de Billeto a cada una de sus sucursales BR.
- El algoritmo aplicado para este modelo es óptimo y asegura una solución eficaz para el cubrimiento de las necesidades de efectivo a los puntos de distribución que se debe abastecer, minimizando el costo variable de la ruta que está sujeto a la activación del vehículo y el costo penalidad de no atender las necesidades de los nodos que decide no visitar (CNA) diseñado específicamente como una sanción monetaria para cada necesidad no atendida en la definición de la solución al ruteo, por lo cual se encuentra integrado en la función objetivo del modelo de realizar la optimización del ruteo al mínimo costo.
- En el escenario aleatorio planteado en el documento, el modelo realizó un cubrimiento del 71,51% de las necesidades de efectivo que se tenían para cada uno de los puntos de distribución, visitando cuatro (4) de las siete (7) ciudades que presentaban necesidades, es decir, un factor de cubrimiento del 57,14% en el total de puntos.
- El modelo garantiza hacer un uso del 100% de los recursos disponibles para cada operación, es decir, para cada vehículo que se activa en el esquema de ruteo se emplea la máxima capacidad disponible (Q) para transportar en inventario por vehículo.

- El modelo se realizó con el objetivo de minimizar los costos asociados al ruteo de los vehículos según la prioridad de las condiciones actuales, sin embargo, sí en un futuro se considera con un mayor nivel de importancia que cada punto de distribución mantenga un nivel de existencias promedio, se puede modificar la función objetivo aplicando la establecida en el modelo IVRP.

## 6. Referencias

- Banco de la República de Colombia. Pagina Oficial. <https://www.banrep.gov.co/es>
- Banco de México. (2021). Provisión de efectivo. <https://www.banxico.org.mx/billetes-y-monedas/d/%7BA2AB13E3-07F3-8837-1374-429F003F1846%7D.pdf>
- Carlos A. Arango A., Martha A. Misas A. y Juan Nicolás Hernández. (2004). La Demanda de Especies Monetarias en Colombia: Estructura y Pronóstico. Banco de la República. Subgerencia de estudios económicos. [https://repositorio.banrep.gov.co/bitstream/handle/20.500.12134/5327/be\\_309.pdf](https://repositorio.banrep.gov.co/bitstream/handle/20.500.12134/5327/be_309.pdf)
- Vargas, J. (2002). Sustitución Monetaria en Colombia: Costos y Beneficios. Banco de la República. Subgerencia de estudios económicos. <https://www.banrep.gov.co/docum/ftp/borra214.pdf>
- Morales, F., Franco C., y Méndez, G. (2018). Dynamic inventory routing problem: Policies considering network disruptions. Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Universidad del Rosario.

<https://repository.urosario.edu.co/bitstream/handle/10336/19088/11.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

- Ávila, S. (2005). Solución de Problemas de Ruteo de Vehículos Capacitados (CVRP) y con Ventanas de Tiempo (CVRPTW) Utilizando ILOG Dispatcher. Universidad de los Andes.  
<https://repositorio.uniandes.edu.co/bitstream/handle/1992/22125/u260780.pdf?sequence=1>
- Martínez, D., (2014). Solución del problema CVRP mediante el algoritmo de descomposición de Dantzig Wolfe. Universidad Industrial de Santander.  
<http://tangara.uis.edu.co/biblioweb/tesis/2014/155694.pdf>
- Orrego, J., (2013). Solución al problema de ruteo de vehículos con capacidad limitada (CVRP) a través de la heurística de barrido y la implementación del algoritmo genético de Chu-Beasley. Universidad Tecnológica de Pereira.  
<https://repositorio.utp.edu.co/server/api/core/bitstreams/4f93b8c7-f0ce-4503-91ab-bf165de41253/content>
- Velásquez, Y. (2015) Análisis de las características y aplicaciones de los sistemas de ruteo de vehículos. Universidad Militar Nueva Granada.  
<https://repository.unimilitar.edu.co/bitstream/handle/10654/13308/An%C3%A1lisis%20de%20las%20caracter%C3%ADsticas%20y%20aplicaciones%20de%20los%20sistemas%20de%20ruteo%20de%20veh%C3%ADculos.pdf?sequence=1&isAllowed=y>