Estudio sobre el comportamiento de los bienes económicos durante el periodo de existencia de un conjunto de organismos vivos

Diego Alejandro Moreno Ramírez

Trabajo de grado para optar al título de economista

Tutora

Sandra Patricia Bello Rodríguez

Universidad Colegio Mayor de Cundinamarca

Facultad de Administración y Economía

Programa de Economía

Bogotá, D.C., Noviembre de 2023

Dedicado a la humanidad.

Índice

Lista de tablas

Índice de figuras

Resumen

La ciencia económica no parece tener un acuerdo general sobre lo que es un “bien económico”. Partiendo de este problema, en este trabajo se busca formular una definición de dicho concepto y analizar su comportamiento durante el periodo de existencia de un conjunto de organismos vivos, mediante un modelo construido a partir de proposiciones lógicas, con el apoyo de la matemática, la física y la filosofía analítica. Durante la exploración, se consigue establecer que la cantidad de bienes económicos para un intervalo acotado es creciente, lo que se ve reflejado en las acciones que se toman para no caer en situaciones de extinción.

Palabras clave: Bien económico, desarrollo sustentable, econo-física, adyacentes posibles.

JEL: C00, Q00, Z13.

Abstract

The field of economics does not seem to have a general consensus on what an 'economic good' is. Starting from this issue, this study aims to formulate a definition of this concept and analyze its behavior during the existence period of a set of living organisms, using a model constructed from logical propositions, supported by mathematics, physics, and analytical philosophy. During the exploration, it is established that the quantity of economic goods for a bounded interval is increasing, which is reflected in the actions taken to avoid situations of extinction.

Key words: Economic good, sustainable development, econophysics, adjacent possible.

1. Introducción

La ciencia económica parece no tener un acuerdo general sobre lo que es un "bien" económico, esto se hace evidente al consultar algunos glosarios de los manuales de economía actuales, en los cuales existe la definición de "bien público" o "bien privado", pero no se registra una proposición lógica asociada al concepto de "bien". Además, pareciera que los autores dan por hecho su significado, puesto que forman conceptos más elaborados como el asociado a "bien rival".

Uno de los trabajos más destacados es el realizado por Menger en su libro *Principios de economía política* y, de forma más precisa, lo relatado en el primer capítulo ("La teoría general del bien"), en el que se exponen cuatro condiciones para que algo sea considerado como "bien económico". Según Menger (2018), en primer lugar, debe existir "una necesidad humana", y en segunda instancia, la "cosa" debe tener "tales cualidades que la capaciten para mantener una relación o conexión causal con la satisfacción de dicha necesidad"; por otro lado, se requiere "conocimiento, por parte del hombre, de esta relación causal", y finalmente "poder de disposición sobre la cosa, de tal modo que pueda ser utilizada de hecho para la satisfacción de la mencionada necesidad" (p. 32).

Sin embargo, la visión de Menger parece no tener en cuenta la conexión del ser humano con su entorno, es decir, con su medio ambiente, y que en consecuencia, la satisfacción estricta de aquellas necesidades pueden llevar al conjunto de organismos vivos de una especie a desaparecer. Este es un tema discutido por el desarrollo sostenible, a partir del cual se cuestionan los modelos asumidos por la economía dominante… que no dejan de ser pensamientos antropocéntricos[1], que afectan de forma negativa el entorno en el que se desarrollan el ser humano y otras especies.

1. Según Ojeda (2019):

> El antropocentrismo es aquella visión que propone al ser humano como medida de todas las cosas. Según este paradigma, el hombre es el único sujeto privilegiado que puede darse prerrogativas a sí mismo en contraposición con los demás seres, los cuales solo se regulan como objetos de interés. En el plano ético, se reduce a que solo importa moralmente defender los intereses de los seres humanos. Al resto de los seres, en tanto no poseen intereses genuinos por sí mismos, solo se le pueden reconocer aquellos que contribuyan a la perfección del hombre. En el plano jurídico, según este paradigma, la relación del ser humano con el resto de las especies se reduce a una relación de propiedad. (p. 26)

Por otro lado, la falta de precisión del lenguaje no es un problema exclusivo de las ciencias económicas; un ejemplo de ello ocurre con la física al intentar definir la materia, pero a pesar de esto, se puede especular que existe un acuerdo general más estable sobre lo que es materia, y de forma más específica sobre lo que es “materia visible”, debido a las herramientas que la propia ciencia presenta.

A lo anterior, se suma el hecho de que no se puede proponer una definición de bien económico desde el lenguaje usual, por la falta de precisión o por la carencia de un lenguaje propio de las ciencias económicas; por esto, es necesario acudir a algo más formal, como las teorías de conjuntos, límites y funciones, entre otros, puesto que todo esto ayudará a construir un concepto robusto que, sin duda, beneficiará a las ciencias sociales.

En conclusión, se espera proponer una definición de bien económico con base en la lógica de primer orden, así como exponer objetos matemáticos, principalmente funciones que modelarán el comportamiento de los mismos para un intervalo de tiempo dado. El desarrollo del documento se presenta de la forma más natural posible, comenzando con teoría de conjuntos, teoría de clases, desigualdades, funciones, integrales, distribuciones de probabilidad, y todo esto hasta culminar en una interpolación dada por una simulación de Montecarlo.

2. Marco teórico

2.1 Introducción

La discusión sobre lo que es un "bien" económico comienza generalmente con Menger y sus cuatro postulados (2018) —estos se mencionaron en la introducción del documento—, para luego establecer una relación de orden significada en la satisfacción de las necesidades humanas en un espacio temporal temprano, es decir, que se tiene en cuenta el tiempo como magnitud, y es esta medida la que establece las características ordinales de un bien determinado que satisface una necesidad específica.

Sin embargo, Menger no se cuestiona el papel ambiental o si la satisfacción de esas necesidades humanas tienen un límite. Un aspecto similar ocurre al intentar definir un bien económico como un objeto o servicio del cual un consumidor puede elegir tener más (Johnson, 1958). Dicha discusión será asumida por el enfoque del desarrollo sostenible, en especial como respuesta a las actuales crisis ambientales surgidas por el sistema de producción asumido.

2.2 Perspectivas desde el desarrollo sostenible

Según Gallopín (2013), en "la concepción economicista clásica, el sistema que importa es la economía, y la naturaleza se relega a la función de proveedora de recursos y servicios naturales y a sumidero de los desechos producidos por la actividad humana" (p. 13). Debido a ello, las definiciones propias de "bien" económico como las de Menger o Johnson no dejan de ser antropocéntricas, por lo que corren el riesgo de no ser lo suficientemente precisas como la ciencia lo requiere.

Por otra parte, Ángel Maya (pensador ambiental latinoamericano) teoriza sobre esta relación del humano con su entorno y propone el concepto de "cultura" como una forma de adaptación. Según Maya (2013), "la cultura es una forma adaptativa surgida en el proceso mismo de la evolución, pero que modifica drásticamente los mecanismos adaptativos anteriores" (p. 71). Este planteamiento está soportado gracias a Dubos, Moscovici, Donshansky y el perfilamiento realizado por la antropología con Taylor, L.A. White y Alfred Koeber.

Por otro lado, la idea de adaptación de una especie desarrollada por Darwin en *El origen de las especies*, puede ser resumida por la de su precursor, Lamark (1986), quien afirma que:

> á medida que los individuos de una de nuestras especies cambian de situación, de clima, de manera de ser ó de hábito, reciben por ello las influencias que cambian poco á poco la consistencia y las proporciones de sus partes, de su forma, sus facultades y hasta su misma organización. (sic) (p. 56)

Ahora, al confrontar la idea de Lamark con la de cultura propuesta por Maya, se concluye que esta última no es más que un instrumento que acelera el proceso de adaptación, pues la especie ya no tiene que esperar millones de años para superar los obstáculos que aparecen en su camino. Según Maya (2013), "apoyado en esta nueva plataforma instrumental, el hombre inicia un proceso nuevo de adaptación que en un corto espacio de tiempo modifica la organización de las estructuras ecosistémicas vigentes y amenaza con destruirlas" (p. 72).

Además de lo anterior, este nuevo instrumento que es la "cultura" puede generar efectos adversos en el entorno causando desequilibrios ecológicos. Dicha amenaza del ecosistema ocurre en parte por el ser humano y explica la ausencia de nicho ecológico del mismo. Debido a que en un ecosistema cada una de sus partes cumple una función específica y el todo se mantiene en equilibrio, esto no es perceptible en el papel que desempeña el humano, ya que sus acciones producto de la cultura desestabilizan los equilibrios naturales.

La formalización de la cultura y sus consecuencias tienen tres puntos importantes que son: la intervención de la naturaleza en el humano, la modificación del medio por parte del humano y la némesis de la naturaleza (consecuencias de la cultura). En primer lugar, según Maya (2015), “el influjo del medio se puede ver con más facilidad en culturas relativamente simples”, pues “construir un Neolítico con maíz, perros y gansos no es lo mismo que organizarlo sobre trigo, cebada y ganado vacuno” (p. 131). Por otra parte, este autor revela la manera en que “los sistemas culturales transforman su medio” (2015, p. 132). Y en cuanto al último punto, Maya (2015) afirma que

> se trata de medir la violencia de los impactos ambientales en las transformaciones de los sistemas culturales. Es, sin embargo, el aspecto más interesante. ¿Cómo medir la némesis de la naturaleza, la venganza muchas veces sutil pero con frecuencia violenta que derriba las culturas no adaptativas? (p. 132)

Cabe señalar que los estudios de Ángel Maya van a ser relevantes para fundamentar una parte empírica de la presente investigación, en especial los conceptos relacionados con el hecho de que el ser humano carece de nicho ecológico y el uso de la cultura como un medio de adaptación cuyos productos no son más que bienes económicos.

2.3 Aportes de Samuelson y Nordhaus

Por otra parte, para la economía usual, Samuelson y Nordhaus (2006) plantean modelos ambientales sencillos basados en conceptos microeconómicos sobre la explotación de un recurso y cómo una sociedad racional se ve obligada a distribuirlo a través del tiempo; así mismo, dicha economía no reflexiona de manera profunda sobre las consecuencias medioambientales. Según estos autores,

> la producción se puede fabricar con capital natural (Kn) o con capital humano (Kh) (...). Los ambientalistas recomiendan conservar el capital natural de manera que los stocks futuros sean grandes (...). Los economistas subrayan la necesidad de garantizar que el capital escaso vaya a los sectores de mayor rendimiento. Si el capital natural es abundante, será más eficiente ir al

punto (...), en donde se consumen stocks de capital natural, construyendo a la vez stocks de capital humano y mejorando la tecnología a través de investigación y desarrollo. (sic) (p. 356)

Así mismo, Samuelson y Nordhaus (2006) defienden una explotación eficiente, suponen un recurso natural escaso como el petróleo y rechazan explotarlo completamente, esto dejaría a las generaciones futuras en problemas, puesto que no podrían adquirir ciertos productos que necesitan de este insumo; no obstante, tampoco se debe negar la explotación total, sino encontrar un punto eficiente en el tiempo que beneficie a la sociedad a largo plazo.

Ya que el modelo de Samuelson y Nordhaus tiene bases microeconómicas, la propia idea de "sujeto racional" es un aspecto cultural de adaptación al medio para intentar seguir el instinto de supervivencia. En cuanto al hecho de la investigación y desarrollo (o cambio tecnológico), según Pindyck y Rubinfield (2009), este corresponde al "desarrollo de nuevas tecnologías que permiten utilizar los factores de producción de forma más eficiente" (p. 229). Se trata de igual forma de aspectos culturales para asegurar la adaptación de la especie, es decir, que todos estos conceptos hacen parte de la definición de cultura dada por Maya.

2.4 La influencia del tiempo

Hay que tener en cuenta un aspecto imprescindible que es abordado por los autores mencionados hasta ahora, y es la cuestión del tiempo, ya que los bienes económicos tienen implícita esta idea. Al respecto, Debreu (1971) afirma que "una mercancía es un bien o servicio que depende completamente de sus aspectos físicos, temporales y espaciales" (p. 32)[2].

Dado que Debreu parece ser el primer economista que trae a colación las ideas de tiempo y espacio unidas a algo físico para hablar de bienes económicos, no hay que negar la influencia de

2. La traducción es del autor. La siguiente es la cita original: "a commodity is a good or a service completely specified physically, temporally, and spatially".

Einstein. Algo semejante ocurre en el desarrollo sustentable, donde se expresa un sistema general de estado finito en el cual interviene el tiempo. Según Gallopin (2003), “en general, todas las variables pueden cambiar en el tiempo, el espacio y la población” (p. 10).

El modelo a presentar pretenderá ser una formalización de las ideas de Ángel Maya y de la economía usual que ya ha venido incorporando ideas de la física respecto al espacio y tiempo, cosas evidentes en Debreu e incluso en Menger; además, se simplifica la idea de materia y se construye una abstracción que no deja de ser geométrica para representar los bienes económicos en un intervalo de tiempo dado.

2.5 Aportes de la econofísica

La presente investigación busca definir “bien económico” de una manera dinámica, al contrario que sus contrapartes históricas, llenas de supuestos y faltas de un rigor matemático. Según Callejo y Pérez (2013), “En realidad, muchos de los datos utilizados en economía son, al menos, inciertos, cuando no falsos o falseados para “hacer creer” que son otros” (p. 6). Y luego agregan que “cada economista puede dar una explicación plausible diferente de cada suceso económico. Al ser tantas las causas posibles (hipótesis), y no siempre traducibles a un lenguaje preciso (matemático)” (p. 7). Por lo que aquí se busca unificar la definición de “bien económico” por medio de un lenguaje preciso que esté fundamentado en la lógica de primer orden.

2.6 Objetivos, pregunta e hipótesis

El objetivo general de la presente investigación es Formular una definición de bien económico, a partir de la construcción de proposiciones lógicas, con el fin de deducir un modelo y analizar su comportamiento y consistencia. Debido a que la presente investigación presenta una fuerte influencia matemática, los objetivos específicos estarán divididos en estructura, objetos y modelos. Me permito dar una analogía con el ajedrez, en donde la estructura son las reglas del juego, los objetos son las fichas para juegar, y el modelo es cuendo jugamos.

De igual forma los objetivos específicos serán: Conceptuar por medio de la lógica de primer orden y la teoría de conjuntos una definición de bien económico; deducir un **objeto** matemático sobre los bienes económicos de un conjunto de organismos vivos en un intervalo de tiempo dado; Analizar los resultados del **modelo**, su comportamiento y consistencia.

En cuanto a la pregunta de investigación, será la siguiente: ¿Mediante qué proposiciones lógicas se puede definir un bien económico para que pueda ser representado por un objeto matemático? Y la hipótesis a verificar será, que: El conjunto de bienes económicos de los organismos vivos de una especie está constituido por materia e ideas en un intervalo de tiempo dado.

2.7 Metodología

Con respecto al grado de abstracción, la investigación pretende ser pura o básica, dado que se desea construir la definición de bien económico a partir de la teoría de conjuntos, teoría de clases, desigualdades, propiedades de funciones, integrales, longitud de arco, matrices, simulación de Montecarlo y conceptos del desarrollo sostenible.

La construcción de la propuesta no deja de ser una interpretación geométrica para la formalización de un concepto. Para empezar, se diferencian dos conjuntos disjuntos, uno del mundo material y otro de las ideas. Con el fin de poder compararlos se formula una clase, es decir, se asume que debe existir un conjunto que relacione de una forma característica cierta cantidad de elementos de ambos.

Más adelante, se deducen propiedades de cardinalidad por medio de la transitividad gracias al concepto de desigualdad, en donde se formaliza la unidad de medida como la materia visible. Debido a que el límite hace referencia a un punto, se hace necesario acudir a integrales indefinidas, las cuales construirán dos funciones base que determinarán la conexión entre el mundo material y el de las ideas.

Dichas funciones presentarán un problema para ser comparadas debido a que sus dominios e imágenes son totalmente opuestos, pero ya que es una interpretación puramente geométrica, bastará con encontrar la función inversa de una de ellas, para que así puedan ser graficadas en un plano cartesiano.

Existirán parámetros de ajuste relacionados con las constantes de integración, que definirán un área de acción en la cual un conjunto de organismos vivos puede desarrollar todos sus bienes económicos. Para ello, se requieren las conceptualizaciones del desarrollo sostenible, y más específicamente las planteadas por Ángel Maya.

Para determinar los posibles caminos que puede tener un conjunto de organismos vivos en su tiempo de existencia –que es lo mismo que sus bienes económicos o el producto de la cultura como sistema de adaptación–, se acude a una simulación de Montecarlo guiada por una distribución normal bimodal. Esto, gracias a la ecuación de Gauss para la función normal que es la que más se ajusta a los postulados de la investigación.

Finalmente, se interpolan las coordenadas dadas por cada simulación en un plano cartesiano, el cual permite abstraer e identificar los esfuerzos llevados a cabo por conjunto de organismos vivos de una especie para acceder a una cantidad de bienes económicos que aseguran su supervivencia o la llevan a desaparecer.

3. Desarrollo

En un comienzo, plantear una definición de "bien" económico puede resultar una tarea compleja, así que es necesario limitarse a la observación simple. Es posible percatarse de que los bienes como una mesa, una empanada, una ventana, entre otros, están conformados por materia; según Brown et al. (2012), materia es "cualquier cosa que ocupa espacio y tiene masa, la materia física del universo" (p. 4)[3].

Al acudir a la equivalencia entre masa y energía de Einstein (1923), $E=mc^2$, interpretada como una identidad, se puede deducir una correspondencia entre estas variables, puesto que la velocidad de la luz (c) es una constante. Aquí se debe tener en cuenta la ley de la conservación de la

3 La traducción es del autor. La siguiente es la cita original: "Anything that occupies space and has mass; the physical material of the universe".

energía y, de modo más general, los aportes de la termodinámica al tema. Con ello se puede concluir que los “bienes” son los que han de estar conformados por masa o energía, en otras palabras, por materia; pero se hace necesario perfilar el concepto, ya que estará relacionado, en particular, con la “materia visible”. Según Ochoa (2019), es “todo cuerpo que microscópicamente esté constituido por protones y neutrones, genéricamente conocidos como bariones, y que son capaces de absorber y/o emitir radiación electromagnética” (p. 73).

En conclusión, la definición de “bien” no va a contemplar la materia oscura y mucho menos ideas exóticas como la energía oscura; tampoco señala alguna diferenciación entre productos terminados como un par de zapatos o recursos como un gramo de oro. Cabría considerar que todos pertenecen a un conjunto universal finito que se llamará M (expresión 1). Se debe acotar que no se incluirán los servicios, aunque bajo este precepto ciertas frases usadas en la cotidianidad como el “servicio de internet” o el “servicio de cable”, son aplicados de manera incorrecta, ya que los mismos están relacionados con el intercambio de energía por medio de ondas.

$$M = \{ x | x \, es \, toda \, la \, materia \, visible \, del \, universo \} \tag{1}$$

Los **bienes económicos** no sólo cuentan con una parte material, sino que siempre tienen una y sólo una idea asignada en un momento dado del tiempo, es decir, que la definición de **bien económico** agrupa el concepto de “bien” –que se explicó con anterioridad (materia)– más la asociación de una idea. Este pensamiento no es para nada innovador, ya que es semejante a lo que Searle (2017) llama **funciones de estatus,** que es cuando “los humanos tienen la capacidad de imponer funciones a objetos y personas que por sí mismos no pueden ejecutar esas funciones exclusivamente en virtud de su estructura física” (p. 22).

Por ejemplo, un calcetín se considera como tal porque, además de estar constituido por materia, tiene una idea asociada al reconocimiento del mismo; pero este mismo objeto también puede ser reconocido como un trapo para limpiar el polvo, caso en el cual sigue estando conformado por la misma materia visible –que además tiene una forma característica–, pero su uso ahora es otro, o lo que es lo mismo, su idea asociada es diferente.

Por otro lado, acontece que, para un tiempo determinado y finito la materia sólo puede tener una y sólo una idea asociada, aunque un objeto pueda estar conformado por piezas individuales y que a su vez cada una contenga una y sólo una idea asignada. Al estar todos reunidos para un fin, crean un nuevo objeto que tiene asignada una y sólo una idea; un ejemplo de ello puede darse con un pantalón, pues tiene ideas individuales como las correspondientes a tela, hilo, colorante, botones, bragueta, pero al estar todos agrupados de una forma determinada en el reconocimiento de los mismos, forman la idea de pantalón, que es sólo una.

El reconocimiento del que se habla en el párrafo anterior va ligado de nuevo a las **funciones de estatus** y a lo que Searle (2017) llama **intencionalidad colectiva**, lo que significa que "las funciones de estatus sólo pueden actuar en la medida en que son colectivamente reconocidas" (p. 23). Esto quiere decir que para poder tener un bien económico, no basta con que exista una relación entre materia e ideas, sino que esta debe ser reconocida por la colectividad.

En suma, para poder construir un conjunto de **bienes económicos** primero se debe crear un conjunto universal finito que contendrá a todas las ideas, este se llamará *C* (expresión 2). Esta construcción abstracta es semejante al mundo de las ideas planteado por Platón.

$$C = \{ y \mid y \, son \, todas \, las \, ideas \} \qquad (2)$$

Los conjuntos M y C no son comparables debido a la naturaleza misma de cada uno, ya que el primero contiene todo lo tangible y el segundo todo lo intangible (es decir, se tienen conjuntos disjuntos); sin embargo, para que puedan ser comparados se construirá un clase dada una fórmula, este nuevo objeto será notado como T (expresión 3).

Vale la pena señalar que el presente trabajo tomará como guía lo expuesto por Monsterín (1980), sobre teoría de clases, la cual está basada en un sistema Von Neumann-Bernays-Gödel (NBG) más un esquema de formación desarrollado por Quine (NBGQ; como se citó en Monsterín, 1980); aquí las clases serán distinguidas por aquellas que son elemento de otras y las que no son elemento de ninguna. Las primeras serán llamadas como conjuntos y las segundas como clases últimas**.**

En conclusión, la fórmula dada para la clase T resulta ser un objeto matemático que describe todo lo que es un bien económico.

$$T=\{z|z=(x_i, y_i)\wedge x_i \in M \wedge y_i \in C \wedge x_i \equiv y_i\} \quad (3)$$

Por otro lado, las **duplas** dadas por z en T guardan la relación biyectiva enunciada, es decir, que sólo un subconjunto de materia puede tener una idea asociada en el momento del reconocimiento de dicho subconjunto, y además, que este existe si hay una equivalencia entre x_i y y_i; la anterior tautología sólo ocurre cuando se da el **reconocimiento colectivo**.

En otras palabras, un bien económico como una silla, tiene su parte de "idea de silla" contenida en el conjunto de las ideas, y también, su contraparte material de silla contenida en el conjunto de la materia, y la unión de ambas sólo ocurre si un conjunto de organismos vivos la reconoce como tal, es decir, se cumple la equivalencia, por lo tanto pasa a ser identificada como un bien económico.

Aquí es imprescindible adicionar la ley de Say, si bien, en el documento no se mencionan precios o mercado, se asume, que dichos bienes económicos están inmiscuidos en algún mercado con un precio que permite su transabilidad.

Es conveniente recordar el siguiente teorema, planteado por Bueno (1995): “Dos fórmulas A y B son equivalentes si y sólo si la fórmula $A \Leftrightarrow B$ es una tautología” (p. 41). Si se explora la tabla de verdad del bicondicional (Tabla 1) puede comprobarse que la tautología se cumple en dos casos, cuando ambas fórmulas atómicas (tanto x_i como y_i son variables proposicionales) toman el valor de verdadero (V) o el valor de falso (F) (Tabla 2).

Tabla 1

Bicondicional

x_i	y_i	$x_i \Leftrightarrow y_i$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Nota. Tabla de verdad en donde x_i y y_i son proposiciones lógicas en las que se aplica el bicondicional. Fuente: Elaboración propia.

Tabla 2

Tautología

x_i	y_i	$x_i \Leftrightarrow y_i$
V	V	V
F	F	V

Nota. Aquí se muestra la tabla de verdad donde se extraen los casos que son verdaderos dado el bicondicional de la Tabla 1. Fuente: Elaboración propia.

Cuando las fórmulas toman el valor de verdadero se da la relación enunciada anteriormente con el ejemplo del calcetín, ya que es verdad que hay un subconjunto de la materia, pero además, también es verdad que tiene una asignación de una idea en un tiempo determinado.

Para el caso dos, cuando ambas fórmulas toman el valor de falsedad significa que hay materia no reconocida e ideas desconocidas; este segundo caso aunque parezca extraño, puede analizarse de la siguiente forma: si existe un bien económico que no es "materia visible" y tampoco “idea” uno podría decir que entonces este elemento debe pertenecer al complemento de la clase T, y parece en principio una paradoja, ya que se partió de la idea de que era un bien económico, pero la clase T y su complemento comparten un elemento por la propiedad de intersección (expresión 4), la cual es el conjunto vacío. Según Monsterín (1980):

> En la interpretación standar, U designa a la clase universal (es decir, la clase cuyos elementos son todos los conjuntos) y $\varnothing$ designa la clase vacía (es decir, la clase sin elementos). Por raras que sean estas clases, el primer axioma nos garantiza su existencia. Añadamos que, respecto a las operaciones de unión e intersección y a los individuos U y $\varnothing$, las clases forman un retículo de Boole. (sic) (p. 45)

$$T \cap T^c = \emptyset \tag{4}$$

De forma adicional, para los casos en que x_i es verdad (V) pero y_i es falso (F) o viceversa, se pueden dar los siguientes ejemplos: imagínese que se desea construir un edificio pero está sólo la intención de hacerlo (y_i), en otras palabras, el "edificio" no cuenta con alguna semejanza material y sólo es claro que se está frente a algo que **NO** es un bien económico si se relaciona con la idea de "edificio"; pueden existir unos planos o incluso un contrato, pero la idea asignada a cada uno de estos objetos no es la de "edificio", sino que es la de "planos de un edificio" o "contrato para construir un edificio".

De igual forma, piénsese en la "materia visible" que no es aprovechada y no tiene asignada una idea, ya sea porque no se cuenta con el conocimiento necesario u otras posibilidades indecidibles; por ejemplo, Jesús no podía llamar por celular a sus apóstoles, pero esto no significa que en ese momento el planeta Tierra no contara con las materias primas para poder fabricar un celular con toda la infraestructura que eso conlleva, así que de forma simplista se puede decir que no se contaba con el conocimiento necesario para poder llevar a cabo semejante milagro.

Ahora bien, es importante considerar que la cantidad de organismos vivos de una especie puede ser medida gracias al conjunto dado de los números naturales en una variable llamada $\mathrm{h^c}$, y que existe vida cuando esta es estrictamente mayor que cero $\mathrm{h^c}>0$; sin embargo, una mayor cantidad de dichos organismos no asegura una mayor asociación entre materia e ideas, por tanto, lo realmente importante es que h^c sea un número entero mayor a cero.

Cabe destacar que h^c es el cardinal del conjunto H (expresión 5) que es un **subconjunto propio** de T (expresión 6). Al respecto, es importante recordar la siguiente definición de Saénz et al. (2014):

"A es un subconjunto propio de B si y sólo si todo elemento de A es también elemento de B y existe al menos un elemento de B que no está en A" (p. 107).

En otras palabras, la cantidad de organismos vivos de una especie está contenida en T, ya que por ejemplo, los humanos están conformados por materia y, además, tienen una idea asociada a lo que es ser "ser humano" en un sentido literal; asimismo, la equivalencia enunciada entre x_i y y_i ocurre sólo cuando existe vida, debido a que es el propio ser humano el que construye las asociaciones entre el mundo material y el de las ideas, pero no sólo eso, también es el que permite el reconocimiento colectivo.

$$H = \{Todos\, los\, organismos\, vivos\, de\, una\, especie\} \tag{5}$$

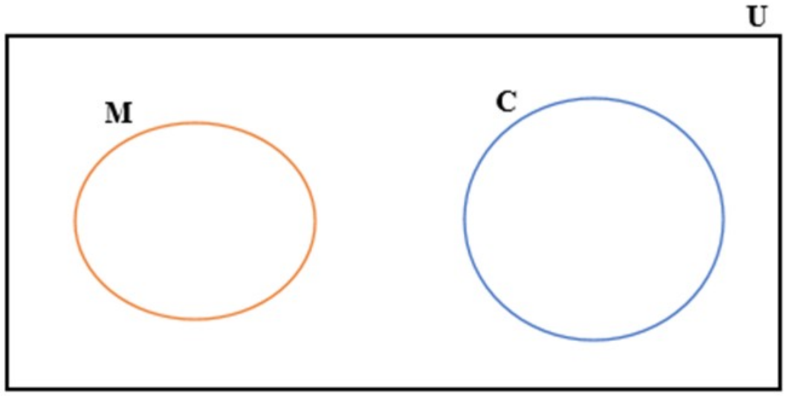
$$H \subset T \wedge H \neq T \tag{6}$$

Formalizando lo anterior, sea el complemento de T simbolizado como T^C y la unión de ambas da como resultado el universo (expresión 7) en el que están contenidos los conjuntos M y C. Esto es representado gracias a los diagramas de Venn en la Figura 1.

$$T \cup T^C = U \tag{7}$$

Figura 1

Universo



Nota. Diagrama de Venn que representa el Universo en el cual están contenidos los conjuntos M y C. Fuente: Elaboración propia con base en los diagramas de Venn.

En párrafos anteriores se asumió que el conjunto M es finito y esto es apoyado en parte por los aportes de la física. Según Ochoa (2019), "hoy en día hay fuertes evidencias de que la materia visible en forma de estrellas, gas y rocas forma apenas el 4% de nuestro universo" (p. 73). En cuanto al conjunto de las ideas C no es tan fácil argumentar si es finito o infinito, e incluso sería imposible no caer en cuestiones filosóficas, por lo que para conveniencia del presente documento se asumirá que también es finito.

Aquí vale la pena citar la siguiente definición: "Un conjunto A es finito si A es vacío o si A es equipotente con algún conjunto de números naturales de la forma $\{1,2,3,\ldots,n\}$" (Sáenz et al., 2014, p. 165). En este sentido, si M y C son conjuntos finitos, significa que sus cardinales pueden ser calculados; para este caso el conjunto equipotente será la secuencia usual de los números naturales (expresión 8), además, es imprescindible resaltar que los cardinales se simbolizarán con letras minúsculas y con la letra "c" como superíndice. Es así como:

$$\mathbb{N}=\{1,2,3,4,5,\ldots,n\} \tag{8}$$

$$m^c = n(M) \tag{9}$$

$$c^c = n(C) \tag{10}$$

Debido a que T sólo relaciona algunos elementos de un par de conjuntos finitos, este también es finito (expresión 11).

$$t^c = n(T) \tag{11}$$

Ahora existe la necesidad de crear comparaciones más cercanas al mundo numérico, por lo que se tomará a m^c (el cardinal de toda la materia visible) como la magnitud base. Así como existen diferentes sistemas de medida cuya **unidad** puede ser un centímetro, un metro, un milímetro, entre otros, la magnitud base será un "m", que para evitar confusiones de notación será representado de la siguiente forma: $\bar{m}$ (expresión 12).

$$\bar{m} = 1 \tag{12}$$

Hay que tener en cuenta que los cardinales de las expresiones 9, 10 y 11 son **constantes** que están dadas por números naturales, sin embargo, conviene compararlos con la cantidad de materia visible; por ejemplo, imagínese un universo que en un momento dado cuenta con una materia visible total de 10 manzanas $(m^c = 10\, manzanas)$, que la cantidad de bienes económicos es de 5 manzanas $(t^c = 5\, manzanas)$ y que la cantidad de ideas es de 20 unidades $(c^c = 20)$.

Esos cardinales por sí solos no dicen mucho, pero si se asume que la materia visible de ese universo es la unidad de medida, se puede concluir que la mitad está conformada por bienes económicos $\left(\frac{t^c}{m^c}=0.5\right)$,mientras que la cantidad de ideas es el doble de la materia visible $\left(\frac{c^c}{m^c}=2\right)$*;* esto último podría ser equivalente a decir que cada manzana puede recibir 2 ideas, y esto significaría que los bienes económicos sólo tienen asignadas 10 ideas en total.

Conviene subrayar que **no** siempre la distribución debe ser equitativa, aquí se asume por simplicidad, pero bien podrían ser 5 manzanas que reciben 3 ideas cada una (bienes económicos), y el restante, cinco manzanas que reciben una sola idea (esta es una posibilidad de muchas); estas últimas asignaciones serían ideas que todavía **no** han sido descubiertas por el conjunto de organismos vivos de este universo.

Sumado a esto, adviértase que cuando un organismo vivo de una especie reconoce un objeto como un bien económico se debe cumplir la relación de biyectividad, como se explicó con anterioridad con el calcetín, es decir, que cada "manzana" puede recibir 2 ideas (para el primer caso), pero al momento de ser reconocida como un bien económico sólo recibe una idea en un momento dado.

Además, al asumir $\bar{m}$ como la unidad de medida, se tiene la ventaja de que ya no se está limitando el cálculo a los números naturales, sino que se amplía al espectro de los números racionales. Los cardinales, comparados con la unidad, serán notados con la letra minúscula **sin el superíndice "c"**; dichas magnitudes pueden ser encontradas con una simple regla de tres (expresiones 13, 14 y 15).

$$\begin{matrix}\bar{m}\rightarrow m^c\\ h\rightarrow h^c\end{matrix}\Rightarrow h=\frac{h^c\bar{m}}{m^c}=\frac{h^c\cdot 1}{m^c}=\frac{h^c}{m^c} \qquad (13)$$

$$t=\frac{t^c}{m^c} \qquad (14)$$

$$c=\frac{c^c}{m^c} \qquad (15)$$

Ahora, que un objeto en concreto pueda tener más de una idea, es algo que ya ha sido explorado por la biología. Stuart Kauffman (2002) lo llama “adjacent possible” y afirma: “Nosotros mismos en nuestra biósfera, econosfera, y tecnosfera, controlamos nuestra tasa de descubrimiento” (p. 22)[4]. Ante esto, Taylor (2013) señala: “Una vez que hay progreso sobre una esfera esta influye sobre las demás” (p. 126)[5]. Esto quiere decir que la asignación de nuevas ideas va ligada al descubrimiento de nuevos bienes económicos, y esto implica tener más ideas que materia visible.

En conclusión, se puede deducir que el cardinal de la materia es menor en magnitud respecto al de las ideas (expresión 16), ya que un subconjunto de la materia puede recibir varias asociaciones con ideas; volviendo al ejemplo del calcetín, la materia es la misma, ya que no cambia en las situaciones que se reconoce el objeto; lo que cambia es la idea asignada, por ende, hay más ideas que materia visible.

$$\bar{m}<c \qquad (16)$$

4 La traducción es del autor. La siguiente es la cita original: “We ourselves, in our biosphere, econosphere, and technosphere, gate our rate of discovery”.

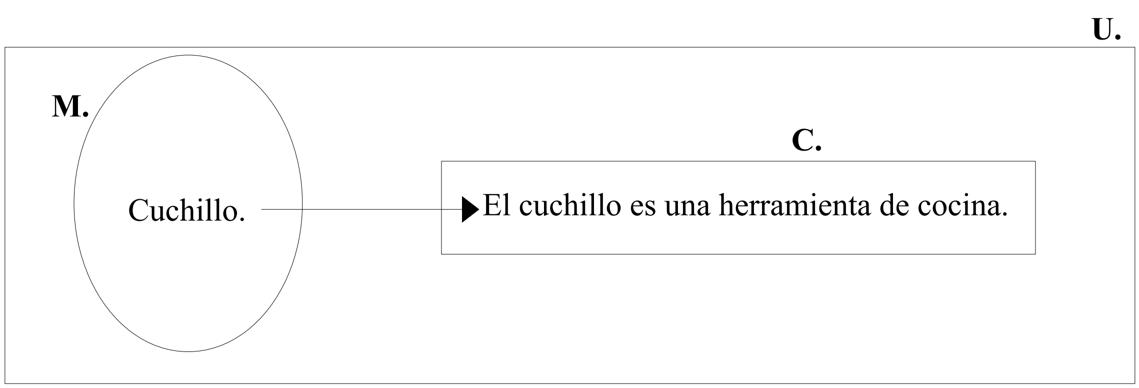
5 La traducción es del autor. La siguiente es la cita original: “The idea is that once there is progress in one sphere it leads to an influx of ideas and uses in another. Many of these discoveries are serendipitous, as indeed our origins in all probability were”.

Para poder entender mejor el anterior concepto, se puede realizar el siguiente experimento mental: si se tiene una lista con toda la materia visible a la que se puede acceder en un momento dado del tiempo, y de igual forma, otra lista donde están todas las ideas que se pueden asociar a cada unidad de esa materia, y además, se cuenta con la restricción de que sólo se pueden relacionar de forma biunívoca, al final será evidente que sobrarán ideas, ya que habrá como mínimo un subconjunto de la materia visible a la que se le puede asignar más de una idea; y esto es algo tangible en el día a día.

Por ejemplo, hay un subconjunto de materia visible que le corresponde el objeto "cuchillo", y a este le puedo asignar la idea de "herramienta para cocinar" en manos de un chef o de "arma blanca" para apuñalar en manos de un ladrón (Figuras 2 y 3); es necesario recalcar que la inyectividad ocurre al momento del reconocimiento, pero además debe ser sobreyectiva, entonces, existe biyectividad, y en el fondo esto se relaciona con una **disyunción exclusiva** (Tabla 3), ya que es una herramienta de cocina o un arma para apuñalar, pero **no ambas al mismo tiempo**.

Figura 2

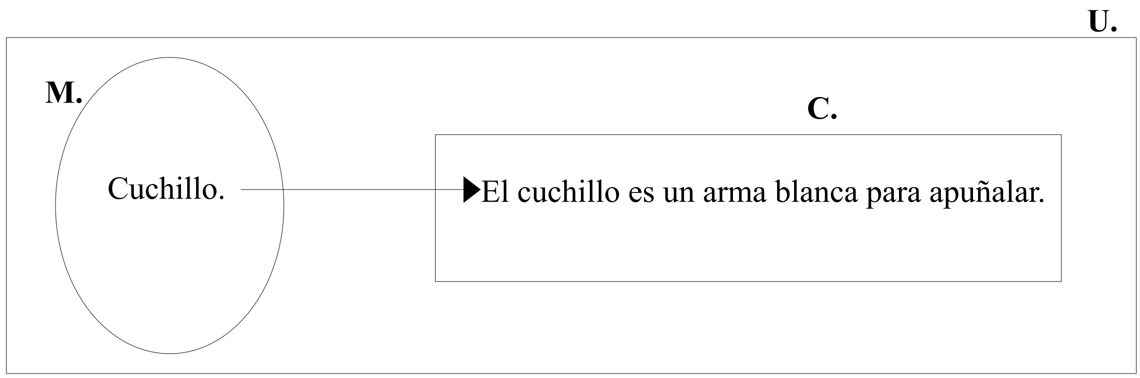
Cuchillo y herramienta para cocinar



Nota. Representación gráfica en donde la materia visible (un cuchillo) tiene una relación biyectiva con la idea de una herramienta para cocinar. Fuente: Elaboración propia.

Figura 3

Cuchillo y arma blanca



Nota. Representación gráfica en donde la materia visible (un cuchillo) tiene una relación biyectiva con la idea de un arma blanca para apuñalar. Fuente: Elaboración propia.

Tabla 3

Disyunción exclusiva

El cuchillo es una herramienta de cocina	El cuchillo es un arma blanca para apuñalar	El cuchillo es una herramienta de cocina $\veebar$ El cuchillo es un arma blanca para apuñalar
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Nota. La tabla de verdad muestra una disyunción exclusiva para las dos proposiciones planteadas: 1. El cuchillo es una herramienta de cocina y 2. El cuchillo es un arma blanca para apuñalar[6]. Fuente: Elaboración propia.

Volviendo a la clase T, cabe resaltar que sólo relaciona algunos elementos de M y C, lo cual se debe a que se asume que un conjunto de organismos vivos de una especie nunca podrán controlar toda la materia visible del universo y mucho menos una cantidad de ideas semejante; esto está argumentado por la escala de Kardashov, que muestra la cantidad de energía que puede extraer una civilización de su entorno. De acuerdo con este autor, las civilizaciones se dividen en 3 tipos: la primera, acotada al planeta del organismo; la segunda, a su sistema solar; y la tercera, a su galaxia. Sin embargo, estas últimas son consideradas como poco comunes o inexistentes ("Escala de Kardashov", 2022).

Vale la pena rememorar que nuestra galaxia no es todo el universo, así las cosas, se puede argumentar que el cardinal de T comparado con $\bar{m}$ es el más pequeño en magnitud y, con esto, se deduce la siguiente propiedad transitiva (expresión 17):

$$t<\bar{m} \wedge \bar{m}<c \Rightarrow t<c \tag{17}$$

La expresión puede ser reorganizada porque se asumió a la materia visible como la unidad de medida (expresión 13) a partir de la cual se obtiene la expresión 18:

$$t<1 \wedge 1<c \Rightarrow t<c \tag{18}$$

6. Vale la pena resaltar que cuando se toman los valores de verdad al tiempo, se cae en una falsedad, ya que es una disyunción exclusiva, es decir, puede ser una herramienta de cocina o un arma para apuñalar, pero no ambas al mismo tiempo.

Además, se sabe que el cardinal de H es menor en magnitud al de T puesto que el primero es un **subconjunto propio** del segundo (expresión 6); así las cosas, se asume lo contenido en la expresión 19:

$$h<t \tag{19}$$

En suma, se puede concluir que h también es menor a 1, ya que t, de igual forma es menor a la unidad; de hecho, se puede construir una propiedad transitiva con h (véase la expresión 20) y finalmente deducir la expresión 21.

$$h<1 \wedge 1<c \Rightarrow h<c \tag{20}$$

$$h<t<c \tag{21}$$

Es así como se pueden concluir las siguientes desigualdades y equivalencias:

$$h<\bar{m} \equiv h<1 \tag{22}$$

$$t<\bar{m} \equiv t<1 \tag{23}$$

$$\bar{m}<c \equiv 1<c \tag{24}$$

Para comprender por qué hay cardinales que comparados con $\bar{m}$ son menores a la unidad, se debe considerar lo sempiterno del universo y lo microscópico de la raza humana; por ende, todo lo que la misma produzca es de proporciones minúsculas, ya que por más que genere crecimientos acelerados estos son tan insignificantes e insostenibles que nunca podrán ser equivalentes a la unidad; en otras palabras, es muy poco probable que exista una civilización de tipo III de Kardashov, y mucho menos una que pueda acceder a toda la materia visible del universo.

Ahora, acudiendo al término de la equidad apropiado por la economía, se puede plantear la división de $\bar{m}$ con respecto a la cantidad de organismos vivos de una especie h; se trata de una operación que representa una distribución equitativa de toda la materia visible del universo en un tiempo dado entre los organismos vivos de una especie (expresión 25). Así, por ejemplo, imagínese un universo con una materia visible equivalente a 8 pedazos de torta de chocolate, de los cuales 2 corresponden a los organismos vivos de una especie de ese universo; para saber cuánto le corresponde a cada uno se debe realizar una división.

$$\frac{\bar{m}}{h} \tag{25}$$

Al lector le puede parecer extraña la expresión 25, dado que se dijo que es poco probable que un organismo vivo conquiste toda la materia visible, pero ese no es el punto por el momento, pues lo principal es analizar la proporción resultante contenida en el cociente de dicha operación; para el ejemplo de la torta corresponde a cuatro, es decir, que la materia visible es cuatro veces más grande que los organismos vivos de la especie.

De igual forma, se plantea la división de $\bar{m}$ entre todos los bienes económicos t en un momento dado (expresión 26); esto es semejante a realizar una distribución equitativa de toda la materia visible entre los bienes económicos en un momento dado del tiempo, pero más importante aun, el cociente indicaría cuántas veces debe ser t para ser $\bar{m}$.

$$\frac{\bar{m}}{t} \tag{26}$$

Así mismo, se plantea la división de $\bar{m}$ entre c (portavoz del conjunto de las ideas); es una operación que representa una distribución equitativa de toda la materia visible del universo entre todas las ideas (expresión 27). Por ejemplo, imagínese un universo con una materia visible equivalente a un calcetín al cual se le pueden asignar **"n" ideas**.

$$\frac{\bar{m}}{c} \tag{27}$$

Las divisiones planteadas en las expresiones 25, 26 y 27 pueden ser analizadas gracias a las desigualdades y a la propiedad transitiva construida antes (expresiones 17 y 18). Con esto es posible llegar a lo siguiente:

$$\bar{m} < \frac{\bar{m}}{h} \equiv 1 < \frac{1}{h} \tag{28}$$

$$\bar{m} < \frac{\bar{m}}{t} \equiv 1 < \frac{1}{t} \tag{29}$$

$$\frac{\bar{m}}{c} < \bar{m} \equiv \frac{1}{c} < 1 \tag{30}$$

Las desigualdades no pueden ser realizadas de forma numérica porque se están usando valores aproximados o cercanos a un punto, fundamentados en la propiedad transitiva (expresión 17); en otras palabras, se está frente a un límite.

Ahora se desea proponer un grupo de funciones que cumplan las propiedades de las expresiones 28, 29 y 30; entonces, para poder acercarse aún más al mundo numérico, las constantes usadas hasta ahora se convertirán en variables, y para lograr identificarlas estas llevarán un superíndice con la letra "v"; también se dejará de tener en cuenta h puesto que está implícita en t (expresión 19).

$$\bar{m} < \frac{\bar{m}}{t^v} \equiv 1 < \frac{1}{t^v} \tag{31}$$

$$\frac{\bar{m}}{c^v} < \bar{m} \equiv \frac{1}{c^v} < 1 \tag{32}$$

Conviene analizar la expresión 31 y preguntarse qué rango de valores puede tomar t^v para que dicha propiedad siempre se cumpla, o lo que es lo mismo, cuál es el **campo de variación de la variable**. Cabe recordar que según Pyskunov (1977), "el conjunto de todos los valores numéricos de la magnitud variable se denomina campo de variación de la variable" (p. 11); es decir, que t^v debe recibir todo el conjunto de valores numéricos dados por el intervalo:

$$0 < t^v < 1 \tag{33}$$

De igual forma, c^v tiene el siguiente campo de acción de la variable:

$$1 < c^v \tag{34}$$

Debido a que se ha estado hablando de un sólo punto en un momento dado del tiempo, ahora es necesario acudir a las integrales para encontrar las funciones que representen la relación que se ha venido construyendo.

Las integrales planteadas van a ser **indefinidas**, por lo que sus constantes de integración serán simbolizadas como $\bar{t}$.

La integral indefinida para $\bar{m}$ y t^{v} queda representada en la expresión 35 y 36, cuya constante de integración será notada como $\bar{t}_1$.

$$\int \frac{\bar{m}}{t^{v}} dt^{v} = \ln(t^{v}) + \bar{t}_1 \tag{35}$$

$$\int \frac{1}{t^{v}} dt^{v} = \ln(t^{v}) + \bar{t}_1 \tag{36}$$

Así mismo, para la comparación entre c^{v} y $\bar{m}$ con una constante de integración notada como $\bar{t}_2$ resultan las expresiones 37 y 38.

$$\int \frac{\bar{m}}{c^{v}} d\,c^{v} = \ln(c^{v}) + \bar{t}_2 \tag{37}$$

$$\int \frac{1}{c^{v}} d\,c^{v} = \ln(c^{v}) + \bar{t}_2 \tag{38}$$

Es de suma importancia analizar qué tipo de imágenes arrojan las integrales; pero primero hay que tener en cuenta que la expresión 36 será nombrada como la función $f(t^{v})$ (expresión 39) y la expresión 38 como $g(c^{v})$ (expresión 40).

$$f(t^{v}) = \ln(t^{v}) + \bar{t}_1 \tag{39}$$

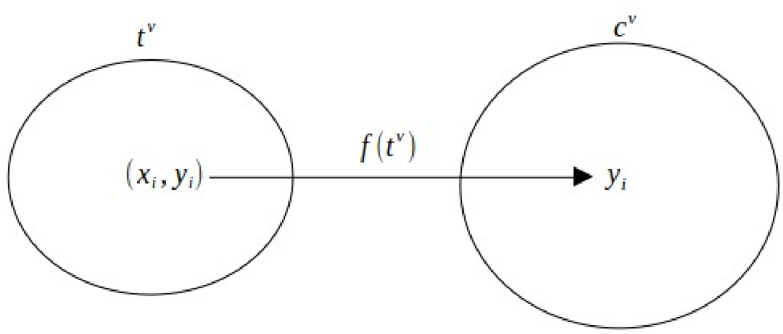
$$g(c^v)=\ln(c^v)+\bar{t}_2 \tag{40}$$

Para la función $f(t^v)$ su dominio son los valores entre cero y uno (expresión 33), pero sus imágenes se encuentran en los valores que son mayores a la unidad (expresión 34). De manera gráfica puede ser representado como se muestra en la figura 4.

$$\ln(t^v)+\bar{t}_1=c^v \tag{41}$$

Figura 4

Diagrama de Venn para la función $\mathrm{f}(\mathrm{t}^v)$



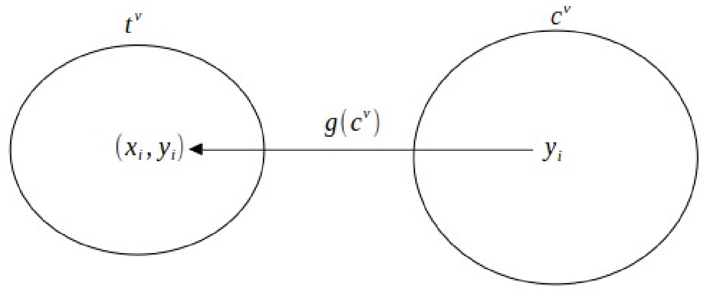
Nota. Diagrama de Venn en donde se representa la función $\mathrm{f}(\mathrm{t}^v)$, la cual tiene el dominio en el conjunto t^v y su correspondiente imagen en el conjunto C. Fuente: Elaboración propia.

Para la segunda función $g(c^v)$ su dominio son los valores mayores a la unidad (expresión 34), pero sus imágenes se encuentran entre cero y uno (expresión 33). De manera gráfica puede ser representado como se muestra en la figura 5.

$$\ln(c^v)+\bar{t}_2=t^v \tag{42}$$

Figura 5

Diagrama de Venn para la función $\mathrm{g}(\mathrm{c}^{\mathrm{v}})$



Nota. Diagrama de Venn que representa la función $\mathrm{g}(\mathrm{c}^{\mathrm{v}})$, la cual tiene el dominio en el conjunto C y su correspondiente imagen en el conjunto t^v. Fuente: Elaboración propia.

Ahora, el problema es que se tienen dos funciones con dominios e imágenes opuestos, y eventualmente la idea es llegar a graficarlas bajo un mismo plano, así que se encuentra la función inversa de una de ellas, en este caso de la función $g(c^v)$ (expresiones 43 a 46).

$$\ln(c^v) = t^v - \bar{t}_2 \tag{43}$$

$$\mathrm{e}^{\ln(c^v)} = \mathrm{e}^{t^v - \bar{t}_2} \tag{44}$$

$$e^{t^v - \bar{t}_2} = c^v \tag{45}$$

$$g^{-1}(t^v) = e^{t^v - \bar{t}_2} \tag{46}$$

La tautología para la fórmula de la clase T en donde $x_i \equiv y_i$ se cumple para las funciones propuestas cuando existe un intervalo definido por la intersección de ambas. Para que esto suceda, primero se debe analizar qué valores pueden tomar las constantes de integración $\bar{t}_1$ y $\bar{t}_2$ de modo que sean consistentes con lo planteado hasta ahora.

En este punto es imprescindible agregar el supuesto de que existen tales constantes de integración para las funciones planteadas permitiendo la consistencia de lo propuesto.

En primer lugar, interesa saber cuándo la función $f(t^v)$ es igual a cero, y cuándo la función $g^{-1}(t^v)$ es mayor a uno, debido a que sus imágenes c^v deben tomar valores mayores a la unidad (expresión 34).

$$\ln(t^v)+\bar{t}_1=0 \tag{47}$$

$$1<e^{t^v-\bar{t}_2} \tag{48}$$

Se reorganiza la expresión 47.

$$\ln(t^v)=-\bar{t}_1 \tag{49}$$

$$\ln(t^v)=-1\cdot\bar{t}_1 \tag{50}$$

Se sabe que t^v sólo toma valores entre cero y uno (expresión 33), lo que significa que el logaritmo natural en este rango de valores arroja números negativos, y si se analiza el lado derecho de la expresión 50, es decir, su constante de integración, significa que esta sólo puede tomar valores positivos mayores a cero, ya que t^v no puede tomar el valor de 1.

$$0<\bar{t}_1 \tag{51}$$

Para hacer más evidente la expresión 51, se despeja t^v y se obtiene la expresión 54.

$$e^{\ln(t^v)}=e^{-\bar{t}_1} \tag{52}$$

$$t^v=e^{-1\bar{t}_1} \tag{53}$$

$$t^v=\frac{1}{e^{\bar{t}_1}} \tag{54}$$

Es necesario recalcar que t^v sólo toma valores mayores a cero y menores a uno, pero para que esto sea verdad significa que $\bar{t}_1>0$, ya que si llegara a tomar el valor de cero (por ejemplo en la expresión 54), t^v sería igual a 1, que como ya se argumentó no puede suceder; ahora, si la constante llega a tomar valores negativos sus resultados serán mayores a la unidad, lo que tampoco puede ocurrir; por ende, se encuentra consistencia (expresión 51) debido a que la expresión 55 es equivalente a la 33.

$$0<\frac{1}{e_1^{\bar{t}}}<1 \tag{55}$$

Ahora véase la siguiente función (expresión 48), la cual puede ser reorganizada de la siguiente manera:

$$1<\frac{e^{t^v}}{e^{\bar{t}_2}} \tag{56}$$

Supóngase lo siguiente:

$$e^{t^v}=a\wedge e^{\bar{t}_2}=b \tag{57}$$

$$1<\frac{a}{b} \tag{58}$$

Para que la expresión 58 se cumpla se sabe que $b \neq 0$, puesto que se estaría frente a una indeterminación; también se sabe que $\mathrm{a} \neq \mathrm{b}$, ya que si esto llega a suceder el resultado sería la unidad; y un último caso es que $\mathrm{a} \neq 0$, debido a que e^{t^v} tiene una asíntota horizontal en cero (expresión 59).

$$e^{t^v} \neq 0 \tag{59}$$

Si a es diferente de b es porque $a>b$ (despéjese a de la expresión 59). Cabe resaltar que $a<b$ no es una posibilidad válida puesto que la expresión 58 carecería de sentido, por el hecho de que sus resultados serían inferiores a la unidad:

$$e^{\bar{t}_2}<e^{t^v} \tag{60}$$

Se despeja t^{v}:

$$\ln\left(e^{\bar{t}_2}\right)<\ln\left(e^{t^v}\right) \tag{61}$$

Se llega a que:

$$\bar{t}_2<t^v \tag{62}$$

Es importante recordar la definición de cota inferior. Galeano y Rodríguez (2020) la plantean así: “Tomemos $A \subseteq \mathbb{R}$ y a, b números reales. Diremos que a es una cota inferior de A si $a \leq x$ para todo x en A. Si además a está en A, entonces a se llama el mínimo de A (es único)” (p. 3).

Por lo anterior, la expresión 62 puede ser vista como una cota inferior de t^v sin llegar a ser el mínimo, ya que la constante de integración sólo puede tomar los valores menores o iguales a cero (expresión 63).

$$\bar{t}_2 \leq 0 \tag{63}$$

Tanto la expresión 63 como la 51 son consistentes por el momento con el concepto de que los bienes económicos son menores a las ideas, ya que se espera que esto sea reflejado por medio de la longitud de arco de las funciones (expresiones 39 y 46) para un intervalo dado en t^v. Según Granville (2009), “la longitud de un arco de curva se define como el límite de la suma de los lados de la poligonal cuando el número de los puntos de división tiende a infinito, al mismo tiempo que cada uno de los lados tiende a cero” (p. 330).

Por otro lado, no hay que olvidar que $f(t^v)$ tiene sus imágenes en las ideas, y si bien, $g^{-1}(t^v)$ también tiene sus imágenes en c^v, vale la pena resaltar que esta es una función inversa, por lo que su curva sigue representando las propiedades geométricas euclidianas de los bienes económicos; en otras palabras, la longitud de la función logarítmica para un intervalo dado debe ser mayor que la exponencial.

Además, es de esperar que una de las funciones no sea la inversa de la otra, ya que si esto sucede la longitud arco sería equivalente y nula, lo que rompería el enunciado de que los bienes económicos son menores a las ideas; sin embargo, acaba de ser comprobado que $\bar{t}_1 \neq \bar{t}_2$, lo que confirma mediciones de longitud arco diferentes.

$$Si\, \bar{t}_1 > 0 \wedge \bar{t}_2 \leq 0 \Rightarrow \bar{t}_1 > \bar{t}_2 \tag{64}$$

Ahora, conviene saber cuándo $f(t^v)$ se cruza con $g^{-1}(t^v)$ y para conocerlo se plantea la función $o(t^v)$ que resulta de la igualación de las funciones (ver expresiones 65 a 68).

$$f(t^v)=g^{-1}(t^v) \tag{65}$$

$$\ln(t^v)+\bar{t}_1=e^{t^v-\bar{t}_2} \tag{66}$$

$$\ln(t^v)+\bar{t}_1-e^{t^v-\bar{t}_2}=0 \tag{67}$$

$$o(t^v)=\ln(t^v)+\bar{t}_1-e^{t^v-\bar{t}_2} \tag{68}$$

Se supondrá que en el punto inicial y final de existencia de un conjunto de organismos vivos, hay una proporción equivalente entre materia e ideas, lo que se traduce en los puntos de corte de las funciones, ya que allí sus derivadas son equivalentes.

Esto se debe a que en ese primer momento de existencia, la naturaleza del universo ya ha preparado cierta materia e ideas para que dichos organismos comiencen a desarrollarse, o que por lo menos existan, como el hecho de que los primeros dinosaurios ya tuvieran un planeta habitable para desarrollarse.

Por otro lado, el punto final representa aquel desarrollo máximo que puede alcanzar el conjunto de organismos vivos, este techo sólo puede ser atravesado si la especie en cuestión modifica su conformación física generando evolución, justo como el punto final del neandertal de cierta forma dio paso al punto inicial del *Homo sapiens*.

Ahora conviene analizar qué tipos de raíces puede presentar la función $o(t^v)$, las cuales corresponden a tres casos. El primero de ellos es cuando no existen raíces, es decir, que la función se encuentra por debajo del eje de abscisas, lo que significa que las funciones $f(t^v)$ y $g^{-1}(t^v)$ no se cortan en ningún punto; esto representa que no hay existencia de vida, ya que hay un universo con materia e ideas pero con ningún ser viviente capaz de ser el puente entre ambos mundos.

El segundo caso corresponde a cuando el punto inicial es el mismo punto final; en otras palabras, cuando la función $o(t^v)$ es tangente en un punto con el eje de abscisas, lo que teóricamente significa que un conjunto de organismos vivos existieron pero que, por alguna cuestión indecidible, carecieron de adaptación al medio, por lo que desaparecieron. Además, aquí las longitudes arco serían equivalentes y nulas.

Y por último, el que más interesa para el desarrollo del presente trabajo, y quizás aquel que más se ajusta a la experiencia humana, es el que contiene dos raíces, es decir, donde las funciones $f(t^v)$ y $g^{-1}(t^v)$ se cortan en dos puntos; esto se debe a que un organismo vivo de una especie enfrenta el comienzo de su existencia en la primera raíz que pasa por el punto $(a, c_a{}^v)$ y la segunda raíz como $(b, c_b{}^v)$ que representa el punto máximo al que puede llegar.

Además, el requisito de las dos raíces puede ser entendido como el punto en el que se cruza la materia visible con las dos funciones, cuyo valor de las variables corresponde a (t^v, m^v, c^v). Aquí es necesario introducir un campo de variable para $\bar{m}$, sin embargo, hay que recordar que la unidad de medida $\bar{m}$ es constante, es decir, su expresión debe representar un plano como se muestra a continuación:

$$m^v = 1 \tag{69}$$

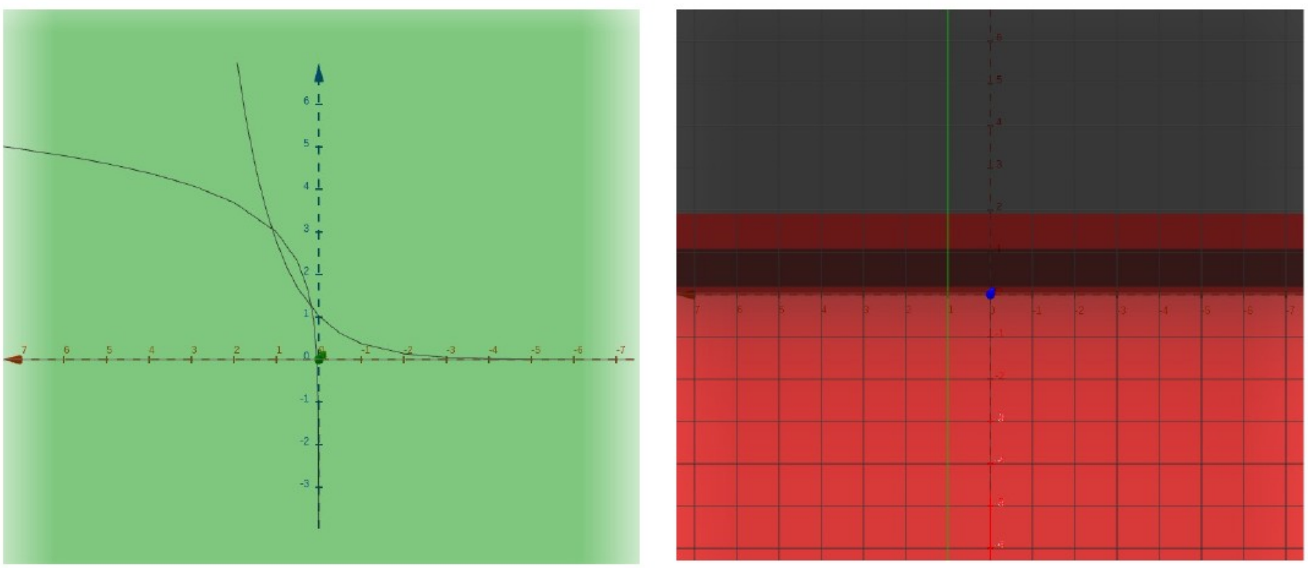
Se hace lo mismo para la función $f(t^v)$, de la cual se obtiene la expresión 70 y, para la función $g^{-1}(t^v)$, de donde se desprende la expresión 71.

$$\ln(t^v)+\bar{t}_1=c^v \tag{70}$$

$$e^{t^v-\bar{t}_2}=c^v \tag{71}$$

Figura 6

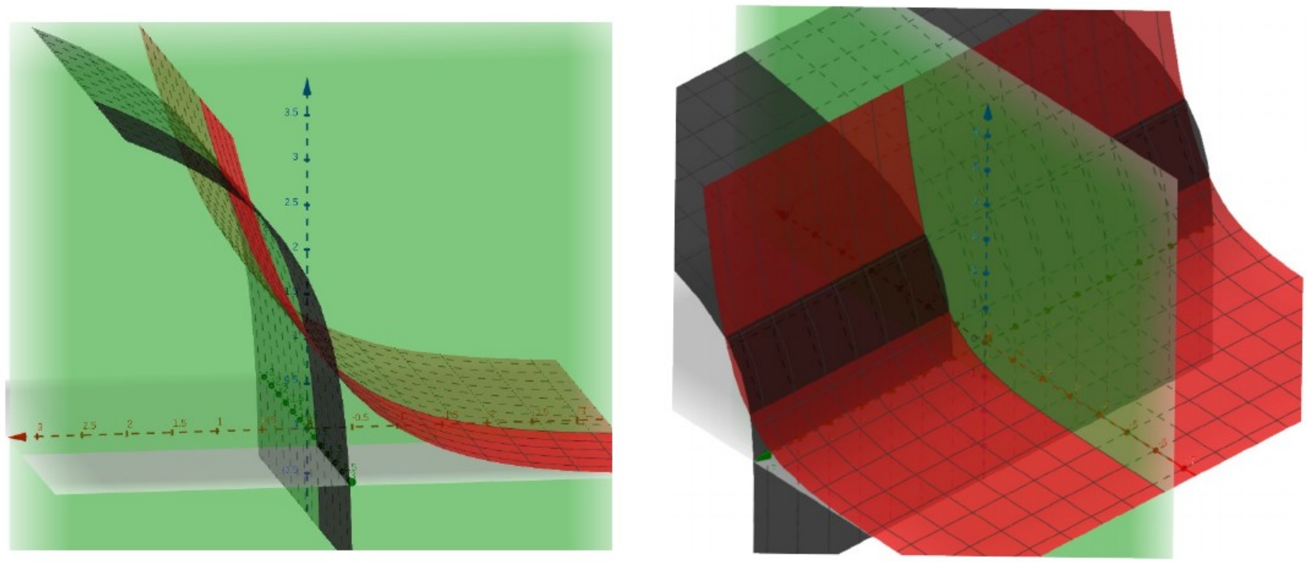
Gráfica de dos caras en (t^v, m^v, c^v) *para las funciones propuestas con dos puntos de corte*



Nota. De izquierda a derecha, la primera imagen muestra una visualización lateral, en donde se visualizan las funciones como si estuvieran en $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ y, en el fondo, se aprecia el plano de la materia visible. Por otra parte, para la siguiente imagen se observa una vista superior, en donde la recta horizontal de color corresponde al plano. Fuente: Elaboración propia.

Figura 7

Gráfica de las funciones propuestas en (t^v, m^v, c^v) *con los puntos de corte*



Nota. Se puede observar cómo las expresiones 69, 70 y 71 se cruzan en varios puntos, aunque lo realmente de interés es la intersección por donde se cruzan las funciones y el plano, cuya representación se da cuando la función $o(t^v)$ tiene dos raíces: los puntos que se habían indicado, como $(a, c_a{}^v)$ y $(b, c_b{}^v)$. Fuente: Elaboración propia.

Hay que tener en cuenta que tanto a como b son valores que están dentro del rango de t^v, es decir, toman valores mayores a cero y menores a la unidad, pero debido a que las funciones son crecientes, también se sabe que $a<b$; si bien, tiene sentido que a tome valores mayores a cero y menores a la unidad, contrastese ahora un b mayor a la unidad; esto significaría que un organismo vivo de una especie puede acceder a toda la materia visible del universo, lo que rompe una regla del juego: la propiedad transitiva.

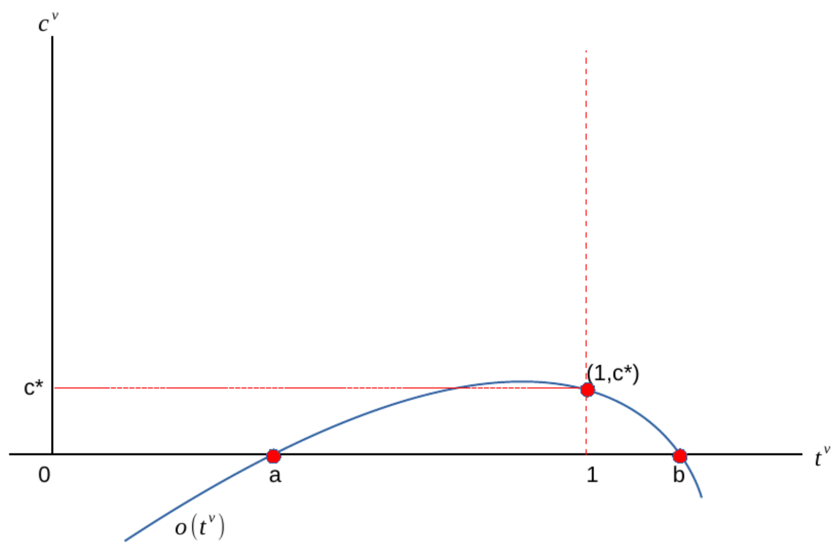
Ahora bien, las condiciones expuestas sobre las constantes de integración en la expresión 64 no son suficientes para determinar los valores que estas pueden tomar y que sean consistentes con lo planteado hasta ahora, por lo que interesa realizar el siguiente razonamiento.

Se sabe que t^v no puede tomar el valor de 1, sin embargo, este puede ser visto como una cota inferior de los valores que **no** se pueden tomar para los reales positivos sin tener en cuenta el cero; en otras palabras, es el valor mínimo de los valores positivos que no se pueden tomar, y conviene analizar las distintas posibilidades al reemplazarlo en la función $o(t^v)$.

La primera opción es que al reemplazar 1 su resultado sea mayor a cero (como se muestra en la figura 8), ya que su segunda raíz se encuentra en un valor mayor a la unidad, que como ya se ha mencionado rompe la propiedad transitiva. Podría decirse, entonces, que este es un caso indeseado.

Figura 8

Gráfica cuando $\mathrm{o}(1)>0$

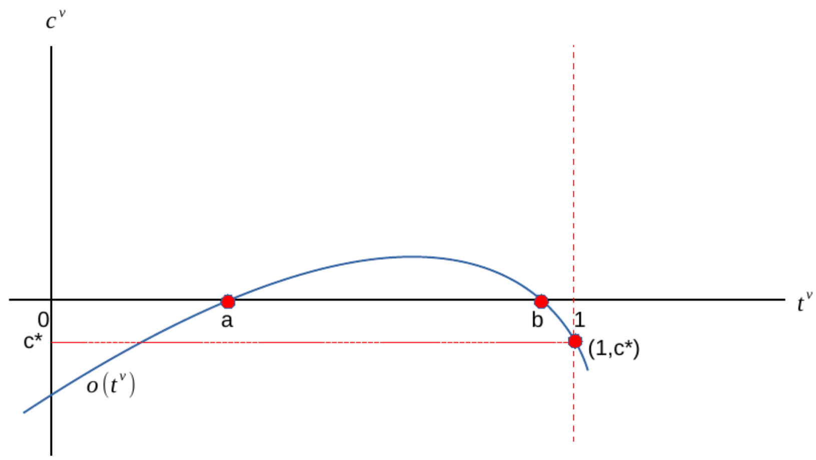


Nota. Si al reemplazar 1 en la función su imagen da un valor positivo, significa que su segunda raíz debe cortar en algún punto donde t^v sea mayor que la unidad; ya se mencionó que este caso es indeseado porque rompe la propiedad transitiva. Fuente: Elaboración propia.

La segunda posibilidad es que al reemplazar 1 su imagen arroja un valor negativo, como se muestra en la figura 9; esta es una opción deseable, ya que ambas raíces de la función $o(t^v)$ se encuentran en el dominio definido para la variable independiente.

Figura 9

Gráfica cuando $o(1)<0$

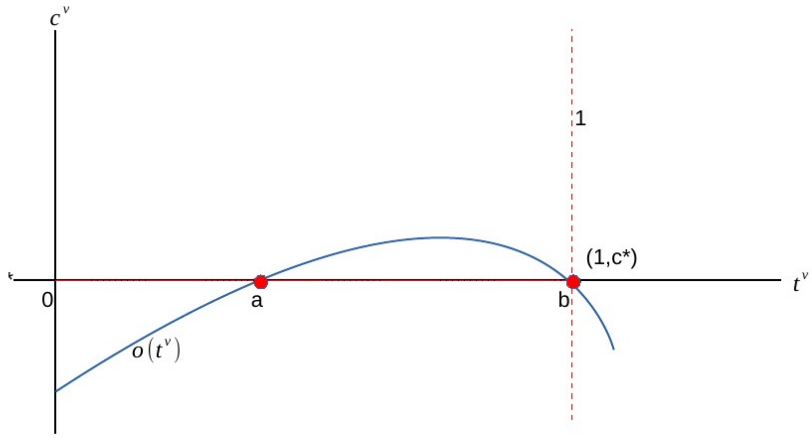


Nota. Si al reemplazar 1 en la función su imagen da un valor negativo, significa que su segunda raíz debe cortar en algún punto donde t^v es menor a la unidad, lo que respeta la propiedad transitiva. Fuente: Elaboración propia.

Por último, hay un caso de interés que sirve para completar la distinción de las constantes $\bar{t}_1$ y $\bar{t}_2$ que es cuando al reemplazar 1 su imagen arroja el valor de cero, ya que estamos hablando del mínimo de los valores que no puede tomar la variable independiente (sin tener en cuenta el cero), es decir, es aquella frontera donde el dominio deja de tener sentido.

Figura 10

Gráfica cuando $o(1)=0$



Nota. Si al reemplazar 1 en la función su imagen da cero, significa que su segunda raíz debe cortar en ese punto; si bien, sigue siendo una situación indeseable, esto puede ser aprovechado para terminar de definir las constantes.

Entonces, reemplácese 1 en la función $o(t^v)$ (expresión 72 y 73).

$$o(1)=\ln(1)+\bar{t}_1-e^{1-\bar{t}_2} \tag{72}$$

$$o(1)=\bar{t}_1-e^{1-\bar{t}_2} \tag{73}$$

Ahora, la expresión 73 se iguala a cero.

$$\bar{t}_1-e^{1-\bar{t}_2}=0 \tag{74}$$

Se despeja la constante $\bar{t}_1$.

$$\bar{t}_1=e^{1-\bar{t}_2} \tag{75}$$

En principio, se sabe que la expresión 75 es falsa, ya que de forma gráfica correspondería a la figura 10, por lo que se puede deducir lo siguiente:

$$\bar{t}_1 \neq e^{1-\bar{t}_2} \tag{76}$$

Esto sólo deja las siguientes dos posibilidades:

$$\bar{t}_1 < e^{1-\bar{t}_2} \vee \bar{t}_1 > e^{1-\bar{t}_2} \tag{77}$$

Si se toma un valor que sea un **límite lateral** para $\bar{t_2}$ que respete la propiedad enunciada en la expresión 63, se concluye que la segunda opción, cuando $\bar{t}_1 > e^{1-\bar{t}_2}$, es falsa, ya que su gráfica resultante es semejante a la figura 8; sin embargo, la primera opción resulta ser verdadera, dado que su gráfica es similar a la figura 9, por lo que es correcto afirmar que lo contenido en la expresión 78 es verdad.

$$\bar{t}_1 < e^{1-\bar{t}_2} \tag{78}$$

Ahora, la constante $\bar{t_1}$ no puede tomar valores menores a $e^{1-\bar{t}_2}$ de forma indefinida, sino que tiene una cota inferior cuando la función $o(t^v)$ es tangente en un punto con el eje de abscisas. Dicha circunstancia ya fue discutida y categorizada como indeseada debido a que las longitudes arco en ese punto son equivalentes, pero no hay que olvidar que se está definiendo un intervalo abierto.

Para poder encontrar dicho punto se iguala la función $o(t^v)$ con su derivada.

$$o(t^v) = o'(t^v) \tag{79}$$

$$o(t^v) - o'(t^v) = 0 \tag{80}$$

$$\ln\left(t^{v}\right)+\bar{t}_1-e^{t^{v}-\bar{t}_2}-\frac{1}{t^{v}}+e^{t^{v}-\bar{t}_2}=0 \tag{81}$$

$$\ln\left(t^{v}\right)+\bar{t}_1-\frac{1}{t^{v}}=0 \tag{82}$$

Se despeja $\bar{t}_1$ de la función $o\left(t^{v}\right)$ (expresión 83).

$$\bar{t}_1=e^{t^{v}-\bar{t}_2}-\ln\left(t^{v}\right) \tag{83}$$

Se reemplaza el valor de $\bar{t}_1$ de la expresión 83 en la 82, con lo cual se obtiene lo siguiente:

$$\ln\left(t^{v}\right)+e^{t^{v}-\bar{t}_2}-\ln\left(t^{v}\right)-\frac{1}{t^{v}}=0 \tag{84}$$

$$\mathrm{e}^{\mathrm{t}^{\mathrm{v}}-\bar{\mathrm{t}}_2}-\frac{1}{\mathrm{t}^{\mathrm{v}}}=0 \tag{85}$$

Para poder solucionar la expresión 85 se debe acudir a métodos numéricos, como el método de bisección o de búsqueda binario. Según Douglas y Burden (2004), “se emplea para determinar, con toda la precisión que el ordenador lo permita, una solución de f(x)=0 en un intervalo [a,b], supuesto que f es continua en dicho intervalo y que f(a) y f(b) tienen signos distintos” (p. 35). La solución será notada como $*t^{v}$.

Se reemplaza $*\mathrm{t}^{\mathrm{v}}$ en $f\left(t^{v}\right)$.

$$f\left(*t^{v}\right)=\ln\left(*t^{v}\right)+\bar{t}_1 \tag{86}$$

Su resultado será llamado como $*\mathrm{c}^{\mathrm{v}}$.

$$\ln\left(*t^{v}\right)+\bar{t}_1=*c^{v} \tag{87}$$

Se despeja la constante $\bar{t}_1$.

$$\bar{t}_1 = *c^v - \ln(*t^v) \tag{88}$$

Para poder encontrar el valor de $*c^v$ basta con $g^{-1}(*t^v)$.

$$g^{-1}(*t^v) = e^{*t^v - \bar{t}_2} \tag{89}$$

De igual forma se sabe que la expresión 88 es falsa, por lo que se puede deducir lo siguiente:

$$\bar{t}_1 \neq *c^v - \ln(*t^v) \tag{90}$$

Con esto, se generan dos posibilidades:

$$\{\bar{t}_1 > *c^v - \ln(*t^v)\} \vee \{\bar{t}_1 < *c^v - \ln(*t^v)\} \tag{91}$$

Si se prueba la segunda posibilidad $\bar{t}_1 < *c^v - \ln(*t^v)$, se encontrará que es falsa, debido a que su resultado arrojará una función $o(t^v)$ sin raíces, es decir, las funciones no se cortan en algún punto,[7] pero por otro lado, la segunda posibilidad resulta ser verdadera (expresión 92).

$$*c^v - \ln(*t^v) < \bar{t}_1 \tag{92}$$

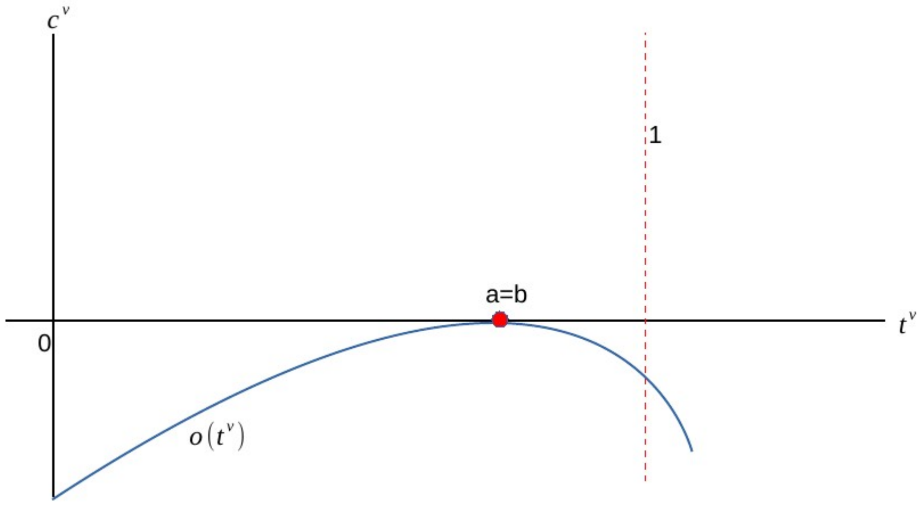
Por lo anterior, el intervalo abierto para la constante $\bar{t}_1$ cumple la propiedad $\bar{t}_2 \leq 0$ y queda definida de la siguiente manera (expresión 93):

$$*c^v - \ln(*t^v) < \bar{t}_1 < e^{1 - \bar{t}_2} \tag{93}$$

Figura 11

Gráfica de la cota inferior para la primera constante de integración

7 Este tema ya fue discutido.



Nota. Se puede observar la cota inferior no mínima para la constante $\bar{t}_2$ donde además se aprecia que $a=b$, por lo que la longitud arco en aquel punto es cero. Esto es consistente con el intervalo abierto que se puede deducir en la expresión 93. Fuente: Elaboración propia.

Ahora se procederá a definir las longitudes arco para las funciones, ya que se espera reflejar que las ideas son mayores a los bienes económicos; es decir, para el intervalo abierto dado de a hasta b se espera que la función $f(t^v)$ sea mayor que $g^{-1}(t^v)$. Así que se plantea la primera longitud arco para la función logarítmica de la siguiente manera:

$$L_{f(t^v)}=\int_a^b \sqrt{1+(df/dt^v)^2}\,dt^v \tag{94}$$

Para solucionar la anterior integral se recuerda la derivada de la función $f(t^v)$ en la expresión 95.

$$\frac{df}{dt^v}=\frac{1}{t^v} \tag{95}$$

Ahora se reemplaza en la longitud de arco:

$$L_{f(t^v)}=\int_a^b \sqrt{1+(1/t^v)^2}\,dt^v \tag{96}$$

$$L_{f(t^v)}=\int_a^b \sqrt{1+\frac{1}{t^{v2}}}\,dt \tag{97}$$

Se realiza la suma interna:

$$L_{f(t^v)}=\int_a^b \sqrt{\frac{t^{v2}+1}{t^{v2}}}\,dt^v \tag{98}$$

Se distribuye la raíz cuadrada:

$$L_{f(t^v)}=\int_a^b \frac{\sqrt{t^{v2}+1}}{\sqrt{t^{v2}}}\,dt^v \tag{99}$$

$$L_{f(t^v)}=\int_a^b \frac{\sqrt{t^{v2}+1}}{t^v}\,dt^v \tag{100}$$

La expresión 100 puede ser resuelta de forma fácil, ya que cumple el formato $\sqrt{a^2+u^2}$ con $a>0$ (donde a es una constante y u hace referencia a una variable), que se encuentra en varias tablas de integración. Véase, por ejemplo, el libro *Cálculo trascendentes tempranas* de Stewart (2018), en la "Tabla de integrales" numeral 23; así, la solución se muestra en la expresión 101.

$$L_{f(t^v)}=\{\sqrt{1+(b)^2}-\ln[(1+\sqrt{1+(b)^2})/(b)]\}-\{\sqrt{1+(a)^2}-\ln[(1+\sqrt{1+(a)^2})/(a)]\} \tag{101}$$

La otra longitud arco correspondiente a la función $g^{-1}(t^v)$ se desarrolla de la siguiente manera:

$$L_{g^{-1}(t^v)}=\int_a^b \sqrt{1+(dg^{-1}/dt^v)^2}\,dt^v \tag{102}$$

Se recuerda que la derivada de la función $g^{-1}(t^v)$ es la siguiente:

$$\frac{dg^{-1}}{dt^v}=e^{t^v} \tag{103}$$

Ahora se reemplaza en la longitud de arco:

$$L_{g^{-1}(t^v)}=\int_a^b \sqrt{1+(e^{t^v})^2}\,dt^v \tag{104}$$

$$L_{g^{-1}(t^v)}=\int_a^b \sqrt{1+e^{2t^v}}\,dt^v \tag{105}$$

Se acude al método de sustitución y se renombran las siguientes expresiones:

$$u=\sqrt{1+e^{2t^v}} \tag{106}$$

Cabe recordar que para realizar la derivada de u se puede acudir a la regla de la cadena.

$$du=\frac{1}{2}\cdot(1+e^{2t^v})^{\frac{-1}{2}}\cdot 2e^{2t^v}\,dt^v \tag{107}$$

$$du = \frac{e^{2t^v}}{\sqrt{1+e^{2t^v}}} dt^v \tag{108}$$

$$\frac{du \cdot \sqrt{1+e^{2t^v}}}{e^{2t^v}} = dt^v \tag{109}$$

$$\frac{du \cdot u}{e^{2t^v}} = dt^v \tag{110}$$

Si se vuelve a la expresión 106 se puede despejar el valor de e^{2t^v} .

$$u^2 = 1 + e^{2t^v} \tag{111}$$

$$u^2 - 1 = e^{2t^v} \tag{112}$$

Se reemplazan los valores encontrados en la expresión 105.

$$L_{g^{-1}(t^v)} = \int_a^b \frac{u^2}{u^2-1} du \tag{113}$$

El cociente de la expresión 113 puede ser resuelto y se obtiene el siguiente resultado:

$$L_{g^{-1}(t^v)} = \int_a^b 1 + \{[1]/[2(u-1)]\} - \{[1]/[2(u+1)]\} du \tag{114}$$

La solución sería la siguiente:

$$L_{g^{-1}(b)}=u+\frac{1}{2}\ln(u-1)-\frac{1}{2}\ln(u+1) \tag{115}$$

$$L_{g^{-1}(b)}=\sqrt{1+e^{2b}}+\frac{1}{2}\ln\left(\sqrt{1+e^{2b}}-1\right)-\frac{1}{2}\ln\left(\sqrt{1+e^{2b}}+1\right) \tag{116}$$

$$L_{g^{-1}(a)}=\sqrt{1+e^{2a}}+\frac{1}{2}\ln\left(\sqrt{1+e^{2a}}-1\right)-\frac{1}{2}\ln\left(\sqrt{1+e^{2a}}+1\right) \tag{117}$$

$$L_{g^{-1}(t^v)}=L_{g^{-1}(b)}-L_{g^{-1}(a)} \tag{118}$$

Para demostrar que en el recorrido de las funciones $f(t^v)$ y $g^{-1}(t^v)$ se cumple que la longitud de arco de la primera siempre es mayor a la segunda, dada una partición regular de a hasta b (expresión 119), se crea una función en donde la longitud de arco de la primera (expresión 101) le resta a la segunda (expresión 118), por lo que se espera que en el intervalo dado, las imágenes tomen sólo valores positivos.

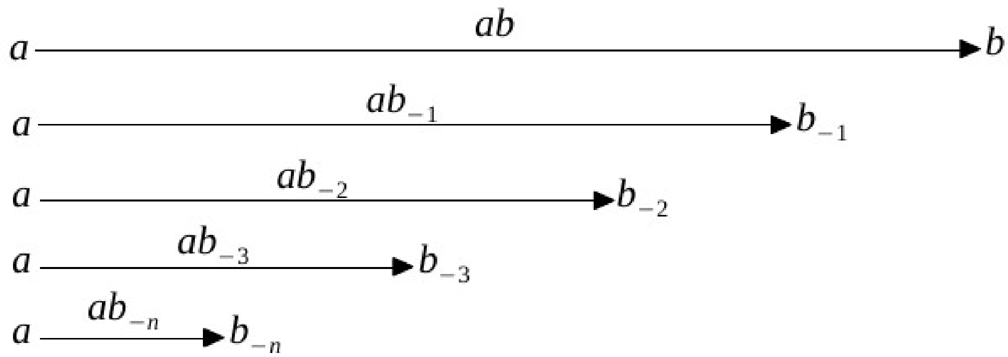
$$P=\{a, p_1, p_2, p_3, \ldots, p_n, b\} \tag{119}$$

$$l(t^v)=L_{f(t^v)}-L_{g^{(-1)}(t^v)} \tag{120}$$

El valor de a será tomado como constante mientras que b se convertirá en la variable; por ejemplo, imagínese que tiene que ir de la universidad, punto a, hasta el supermercado, punto b, y que la distancia total se divide entre la cantidad de pasos necesarios (partición regular) para cumplir con el recorrido, y además, en cada paso se desea medir la distancia avanzada. Si se reflexiona, será evidente que el valor de a permanecerá constante porque es el punto de partida, mientras que con b ocurrirá todo lo contrario (figura 12).

Figura 12

Se muestra cómo a permanece constante mientras que b cambia



Nota. Se puede apreciar que al realizar la medición a no varía debido a que es el punto inicial; sin embargo, con b ocurre todo lo contrario, pues la distancia mínima está dada por ab_{-n} mientras que la distancia de mayor longitud estaría definida por ab, que corresponde a la medición total. Fuente: Elaboración propia.

Se puede construir un campo de variable teniendo en cuenta las propiedades de b que será notado como b^v (véase la expresión 121).

$$a < b^v \leq b \tag{121}$$

Por lo anterior, la expresión 120 puede ser reescrita reemplazando a t^v por b^v (expresión 122):

$$l(b^v) = [L_{f(b^v)} - L_{f(a)}] - [L_{g^{-1}(b^v)} - L_{g^{-1}(a)}] \tag{122}$$

Ahora, vale la pena resaltar que tanto $L_{f(a)}$ como $L_{g^{-1}(a)}$ se vuelven constantes. Si se reemplazan las expresiones de longitud de arco variable, se obtiene una expresión que resulta ser demasiado larga, por lo que se divide en dos partes como se muestra en las expresiones 123 y 124.

$$l(b^v)=\{\sqrt{1+(b^v)^2}-\ln[(1+\sqrt{1+(b^v)^2})/(b^v)]-L_{f(a)}\}\dots \tag{123}$$

$$\dots-\{\sqrt{1+e^{2b^v}}+\frac{1}{2}\ln(\sqrt{1+e^{2b^v}}-1)-\frac{1}{2}\ln(\sqrt{1+e^{2b^v}}+1)-L_{g^{-1}(a)}\} \tag{124}$$

Una forma intuitiva de corroborar que la longitud arco de la función logarítmica es mayor que su contraparte exponencial, es graficando la función $l(b^v)$ y es de esperar que el área bajo la curva en el intervalo dado (a,b) sea positivo; sin embargo, una manera más formal de probarlo es verificar que el signo del resultado de la integral definida de a hasta b de la función $l(t^v)$ sea positivo.

$$\int_a^b l(t^v)\,dt^v>0 \tag{125}$$

La integral de la expresión 125 puede dividirse en otras integrales gracias a que hay sumas y logaritmos (aquí se vuelve al campo de variable de t^v).

$$\int_a^b \sqrt{1+(t^v)^2}\,dt^v+\int_a^b t^v\,dt^v-\int_a^b \ln[(1+\sqrt{1+(t^v)^2})]\,dt^v-\int_a^b L_{f(a)}\,dt^v\dots \tag{126}$$

$$\dots-\int_a^b \sqrt{1+e^{2t^v}}\,dt^v-\int_a^b \frac{1}{2}\ln(\sqrt{1+e^{2t^v}}-1)\,dt^v+\int_a^b \frac{1}{2}\ln(\sqrt{1+e^{2t^v}}+1)\,dt^v+\int_a^b L_{g^{-1}(a)}\,dt^v \tag{127}$$

Para la primera integral de izquierda a derecha de la expresión 126, se puede acudir de nuevo a las tablas de integrales, por lo que su solución es la siguiente:

$$\int_a^b \sqrt{1+(t^v)^2}\,dt^v=\{\frac{b}{2}\sqrt{1+(b)^2}+\frac{1}{2}\ln(b+\sqrt{1+(b)^2})\}-\{\frac{a}{2}\sqrt{1+(a)^2}+\frac{1}{2}\ln(a+\sqrt{1+(a)^2})\} \quad (128)$$

Para la tercera integral de izquierda a derecha de la expresión 126, se puede acudir al método de sustitución, donde $u=\ln[(1+\sqrt{1+(t^v)^2})]$, $\mathrm{dv}=\mathrm{dx}$ y para poder solucionar $\int u\,dv$ se debe multiplicar la fracción resultante por el conjugado del denominador. Además, cabe recordar que $\int \frac{1}{\sqrt{(1+x^2)}}dx=senh^{-1}(x)+C$ con lo cual se obtiene lo siguiente:

$$\int_a^b \ln[1+\sqrt{1+(t^v)^2}]\,dt^v=\{b\ln[(1+\sqrt{1+(b)^2})]+senh^{-1}(b)-b\}\ldots \quad (129)$$

$$\ldots-\{a\ln[(1+\sqrt{1+(a)^2})]+senh^{-1}(a)-a\} \quad (130)$$

Así, la solución de la integral sería como se muestra a continuación. Se aclara que debido a la extensión de la expresión, esta se divide en varios numerales (del 131 al 138); por otra parte, la función polilogarítmica será nombrada como Θ_s para evitar confusiones de notación.

$$\int_a^b l(t^v)\,dt^v=\{\frac{b}{2}\sqrt{1+(b)^2}+\frac{1}{2}\ln(b+\sqrt{1+(b)^2})\}-\{\frac{a}{2}\sqrt{1+(a)^2}+\frac{1}{2}\ln(a+\sqrt{1+(a)^2})\} \quad (131)$$

$$\ldots+\{\frac{b^2}{2}\}-\{\frac{a^2}{2}\}-\{b\ln[(1+\sqrt{1+(b)^2})]+senh^{-1}(b)-b\}+\{a\ln[(1+\sqrt{1+(a)^2})]+senh^{-1}(a)-a\} \quad (132)$$

$$\ldots-\{L_{f(a)}b\}+\{L_{f(a)}a\}-\{\sqrt{1+e^{2b}}+\frac{1}{2}\ln(\sqrt{1+e^{2b}}-1)-\frac{1}{2}\ln(\sqrt{1+e^{2b}}+1)\} \quad (133)$$

$$\ldots-1/8\{2\Theta_2[1/2(1-\sqrt{1+e^{2b}})]+\ln(\sqrt{e^{2b}+1}-1)\{\ln(\sqrt{e^{2b}+1}-1)+2\ln[1/2(\sqrt{e^{2b}+1}+1)]\}\} \quad (134)$$

$$...+1/8\{2\Theta_2[1/2(1-\sqrt{1+e^{2a}})]+\ln(\sqrt{e^{2a}+1}-1)\{\ln(\sqrt{e^{2a}+1}-1)+2\ln[1/2(\sqrt{e^{2a}+1}+1)]\}\} \quad (135)$$

$$...+1/8\{-2\Theta_2[1/2(1-\sqrt{1+e^{2b}})]+\ln^2(\sqrt{1+e^{2b}}+1)+\ln(4)\ln(1-\sqrt{1+e^{2b}})\} \quad (136)$$

$$...-1/8\{-2\Theta_2[1/2(1-\sqrt{1+e^{2a}})]+\ln^2(\sqrt{1+e^{2a}}+1)+\ln(4)\ln(1-\sqrt{1+e^{2a}})\} \quad (137)$$

$$...+L_{g^{-1}(a)}b-L_{g^{-1}(a)}a \quad (138)$$

Ahora, el desarrollo de bienes económicos para un conjunto de organismos vivos sólo puede darse en el intervalo (a,b) y los mismos sólo están explicados por una mayor cantidad de materia visible o por un mayor número de ideas; además, se necesita generar una mayor cantidad de t^v para poder sobrevivir, es decir, los bienes económicos deben ser crecientes.

El hecho de que los bienes económicos no sean constantes está argumentado en un primer momento por la biología, como se mencionó al principio del documento: Lamark discute sobre las modificaciones que puede tener una especie para adaptarse al medio (Lamark, 1986). Y si bien, pueden existir especies pancrónicas, como el celacanto, hay que tener en cuenta que este animal no se ha visto obligado a cambiar su conformación; además, en principio, los especímenes de interés son aquellos que pueden construir **funciones de estatus** y tener una **intencionalidad colectiva**[8]**.**

Aquí, la mención a la biología no es en vano, ya que hace parte del primer momento de los tres planteados por Augusto Ángel Maya (2015), en donde “el influjo del medio se puede ver con más facilidad en culturas relativamente simples. Construir un Neolítico con maíz, perros y gansos no es lo mismo que organizarlo sobre trigo, cebada y ganado vacuno” (p. 131). En otras palabras, los primeros bienes económicos estarán influenciados de forma drástica por el entorno en el que se encuentra el

8 Vale la pena resaltar que los conceptos de “funciones de estatus” e “intencionalidad colectiva” de Searle fueron explicados en las páginas 17 y 18.

conjunto de organismos vivos de una especie, es decir, estarán impulsados en mayor medida por la materia visible.

Sin embargo, el agotamiento de los recursos del entorno ocasiona que se motive el desarrollo de las ideas, pues la especie debe encontrar nuevas formas de adaptarse, o sea, debe mirar los "adjacent possible" (Kauffman, 2002, p. 22), como se citó con anterioridad; y esto se relaciona con el segundo punto de Maya (2015): "La manera como los sistemas culturales transforman su medio" (p. 132).

Cabe aclarar, que la función $f(t^{v})$ en el intervalo (a,b) debe ser interpretada como los puntos extremos que un organismo vivo de una especie enfrenta cuando dedica gran parte de sus esfuerzos a la explotación material. En contraste, la función $g^{-1}(t^{v})$ debe ser interpretada como los puntos extremos cuando se dedica gran parte de los esfuerzos al desarrollo de las ideas.

El anterior párrafo puede ser corroborado por medio de la longitud arco de cada función, donde se espera que el recorrido de la logarítmica sea mayor a la exponencial en el intervalo (a,b). Además, la longitud arco es una propiedad medible expuesta en las expresiones 131 a 138.

Por otro lado, el área A comprendida entre las curvas de las funciones (expresión 139) debe verse como los distintos caminos probables que puede tener un conjunto de organismos vivos de una especie para llegar del punto **a** al **b**, distribuyendo sus esfuerzos entre la explotación material y el desarrollo de las ideas.

$$A=\int_{a}^{b} f(t^{v})\,dt^{v}-\int_{a}^{b} g^{(-1)}(t^{v})\,dt^{v} \tag{139}$$

Adicionalmente, se propone encontrar el camino más corto en A si se comienza en a y se termina en b. Se debe tener en cuenta que las funciones planteadas son reales de variable real, por lo que es de esperar que se respete una geometría euclidiana, y se puede asumir que dicho camino está caracterizado por una línea; por lo tanto, es necesario trazar un recta por los puntos $\{(\mathrm{a}, \mathrm{c}_{\mathrm{a}}^{\mathrm{v}}),(\mathrm{b}, \mathrm{c}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{v}})\}$, y para poder hacerlo se debe acudir a la recta de punto pendiente. En esta ocasión, la pendiente será nombrada como *pen*.

$$pen=\frac{c_2{}^v-c_1{}^v}{t_2{}^v-t_1{}^v} \tag{140}$$

$$c^v-c_1{}^v=pen\left(t^v-t_1{}^v\right) \tag{141}$$

$$c^v=pen\left(t^v-t_1{}^v\right)+c_1{}^v \tag{142}$$

Se renombra la recta punto pendiente como la función $\mathrm{j}(t^v)$ (expresión 143).

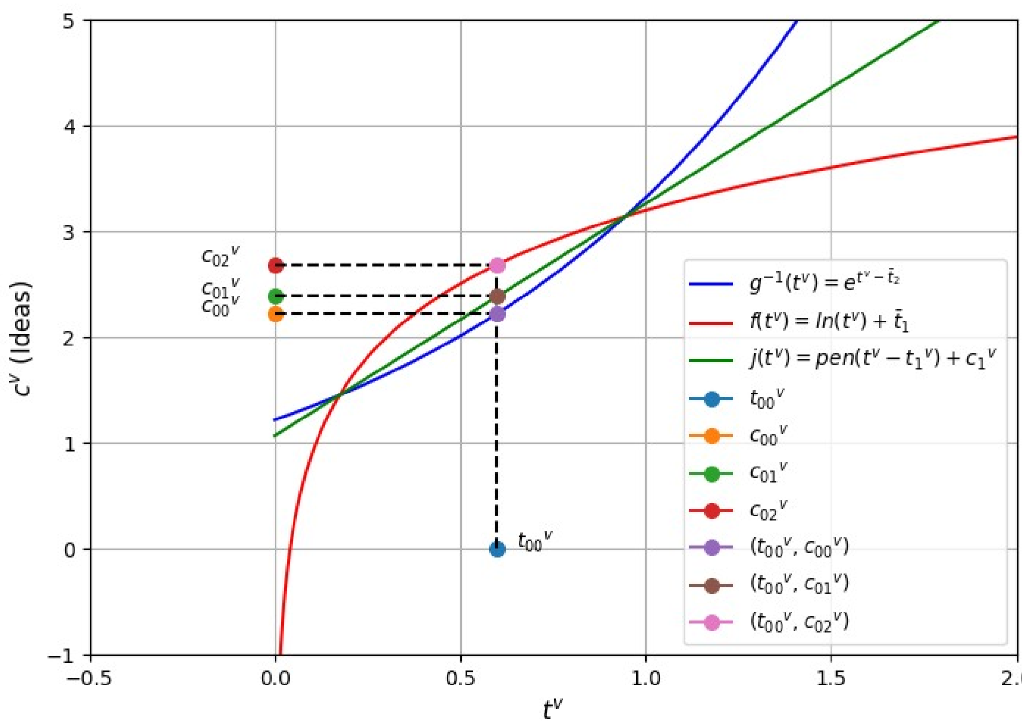
$$\mathrm{j}(\mathrm{t}^{\mathrm{v}})=\mathrm{pen}(\mathrm{t}^{\mathrm{v}}-\mathrm{t}_1{}^{\mathrm{v}})+\mathrm{c}_1{}^{\mathrm{v}} \tag{143}$$

Ahora es necesario justificar la presencia de la función $\mathrm{j}(\mathrm{t}^{\mathrm{v}})$, y es que un tema imprescindible ligado a las definiciones de Maya es la de "nicho ecológico", según este autor (2013), "designa la función que ejerce una especie dentro del ecosistema" (p. 43). Y más adelante concluye que la especie humana carece de nicho ecológico debido a que no cumple una función específica y, por el contrario, su propia existencia genera desequilibrios (Maya, 2013). Por lo anterior, la función lineal representará el camino que toman aquellos organismos que sí tienen un nicho ecológico.

Se considerará que para un conjunto de organismos vivos de una especie como los humanos será casi imposible caer en los puntos descritos por la función $\mathrm{j}(t^v)$. Esto puede entenderse mejor al observar la figura 13, en donde cierta cantidad de bienes económicos está dada por el punto t_{00}^v; sin embargo, la cantidad de ideas descubiertas por los distintos tipos de función varían. Es así como la menor cantidad de ideas se aprecia en el punto c_{00}^{v}, que está dado por un organismo que dedica sus esfuerzos al desarrollo de las ideas, lo que es más eficiente que si se dedicara a la explotación material en c_{02}^{v}. Y, por último, el punto medio está dado por c_{01}^{v}, es decir, por un organismo que tiene nicho ecológico. En otras palabras, para llegar a una cierta cantidad de bienes económicos existen múltiples caminos.

Figura 13

Gráfica de un bien económico con 3 posibles caminos



Nota. Se presenta una cantidad de bienes económicos constantes representados por el punto t_{00}^{v}, y 3 diferentes caminos para poder llegar a él. Todo ello, desde la ruta que representa una dedicación de esfuerzos a las ideas en c_{00}^{v}, el equilibrio dado para los que tienen nicho ecológico en c_{01}^{v}, y la dedicación de esfuerzos al explotar la materia visible en c_{02}^{v}. Fuente: Elaboración propia.

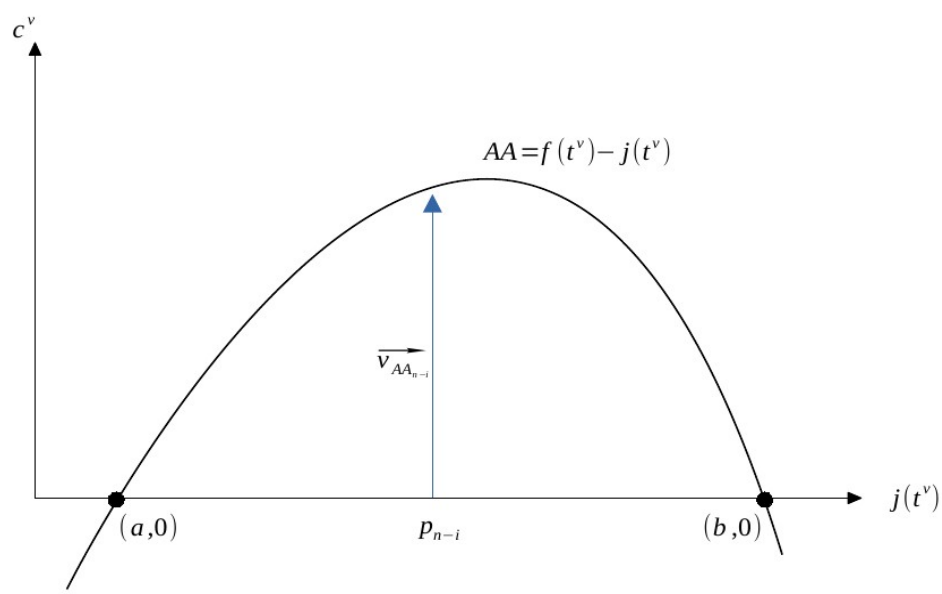
Es necesario recalcar que los distintos caminos no son sólo los representados por las funciones, sino que están dados por el área llamada A (que fue definida en la expresión 139). Y para poder encontrarlos se formulan dos matrices que contendrán los vectores módulos de cada punto de la partición (expresión 119) hasta la imagen de las funciones $f(t^{v})$ y $\mathrm{g}^{-1}(\mathrm{t}^{\mathrm{v}})$; las matrices serán nombradas con doble letra mayúscula (expresiones 144 y 145).

$$\mathrm{AA}=\mathrm{f}(\mathrm{p_n})-\mathrm{j}(\mathrm{p_n}) \tag{144}$$

$$BB=j(p_n)-g^{-1}(p_n) \tag{145}$$

Figura 14

Gráfica de un vector



Nota. Gráfica de un vector $\overrightarrow{v_{AA_{n-i}}}$ cuyo origen es el punto de la partición p_{n-i} hasta el valor dado por la matriz AA; además, es importante resaltar que el eje de abscisas está dado por la función $j(t^v)$. Fuente: Elaboración propia.

Sin embargo, la elección de caminos no puede ser regular para los vectores módulos planteados, ya que las imágenes dadas por las funciones $f(t^v)$ y $g^{-1}(t^v)$ serán consideradas inviables. Esto se puede argumentar con base en el tercer planteamiento de Maya (2015), que corresponde a cuando un organismo vivo no se logra adaptar a los desequilibrios que él mismo ocasionó en el ecosistema, generando su propia desaparición. Un ejemplo hipotético es un ser humano que dedica gran parte de sus esfuerzos a la explotación material, lo que desata una crisis ambiental y finalmente lo lleva a su extinción total.

Hay que resaltar que se asumirá que un conjunto de organismos vivos sólo puede desarrollarse dentro del área demarcada por las funciones $f(t^v)$ y $g^{-1}(t^v)$ en el intervalo abierto establecido por las raíces de la función $o(t^v)$.

Para entender por qué los puntos por donde pasan las funciones $f(t^v)$ y $g^{-1}(t^v)$ son considerados poco probables o de extinción, hay que volver a sus **derivadas** en las expresiones 36 y 38, ya que en aquel cociente está implícita la magnitud total de la materia visible, y esto no puede ocurrir. Sin embargo, es un hecho innegable que esta idea ha ayudado a definir las cotas en las que se pueden definir los distintos caminos probables para un conjunto de organismos vivos de una especie.

Por lo anterior, se va a construir una distribución normal por medio de la ecuación de Gauss (expresión 146) para cada vector módulo, que después será unida en una distribución bimodal gracias a la propiedad de la suma de funciones; esto se debe a que **un punto de partición** tendrá dos vectores correspondientes, uno en AA y otro en BB.

$$k(t^v) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t^v-\mu)^2}{2\sigma^2}} \qquad (146)$$

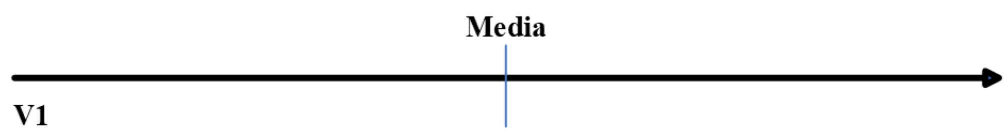
Además, se necesita establecer las **medias** de cada vector correspondiente a cada punto de partición; para esto se multiplican las matrices (expresiones 144 y 145) por un escalar (expresiones 147 y 148) que no es más que la mitad en magnitud de los propios vectores (ver figura 15).

$$\mu_{AA} = AA \cdot \frac{1}{2} \qquad (147)$$

$$\mu_{BB} = BB \cdot \frac{1}{2} \qquad (148)$$

Figura 15

Media de un vector de AA *o* BB



Nota. Dado un vector contenido en las matrices AA o BB la media de cada uno corresponderá a su mitad. Fuente: Elaboración propia.

Por otro lado, para determinar la desviación estándar de cada vector módulo es necesario establecer un valor **z constante** –por lo general, este valor llega hasta un máximo de 3,89 en las tablas de la distribución normal–,[9] y despejar la desviación estándar, ya que las distribuciones de probabilidad deben estar dentro de los límites dados por las funciones $f(t^v)$ y $g^{-1}(t^v)$.

9 Véase, por ejemplo, el libro *Estadística y muestreo* de Martínez (2012), en la “Tabla I. Areas bajo la curva de probabilidad normal” (p. 817).

$$z = \frac{AA_n - \mu}{\sigma} \tag{149}$$

$$\sigma = \frac{AA_n - \mu}{z} \tag{150}$$

Es así como se forman las matrices que contendrán la desviación estándar correspondiente a cada vector módulo de cada partición; estas serán nombradas como DD.

$$DD_{AA} = \frac{AA_n - \mu_{AA}}{z} \tag{151}$$

$$DD_{BB} = \frac{BB_n - \mu_{BB}}{z} \tag{152}$$

La ecuación de Gauss de distribución normal para cada vector módulo estaría dada por las funciones relacionadas en las expresiones 153 y 154, y la suma de las mismas en la expresión 155.

$$k(AA, \mu_{AA}, DD_{AA}) = \frac{1}{DD_{AA}\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(AA - \mu_{AA})^2}{2\sigma_{AA}^2}} \tag{153}$$

$$k(BB, \mu_{BB}, DD_{BB}) = \frac{1}{DD_{BB}\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(BB - \mu_{BB})^2}{2\sigma_{BB}^2}} \tag{154}$$

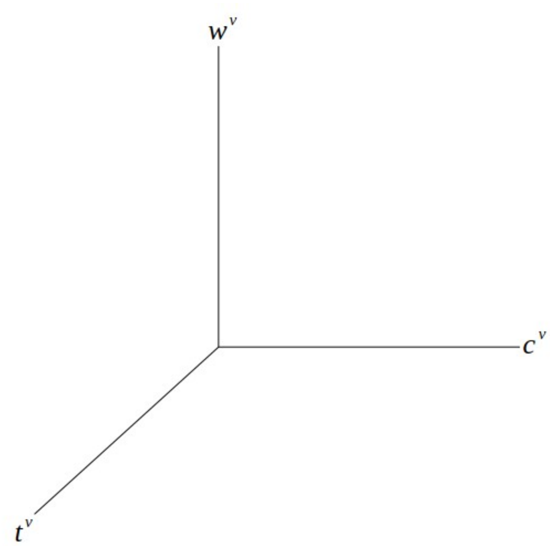
$$k(AA, BB, \mu_{AA}, DD_{AA}, \mu_{BB}, DD_{BB}) = \frac{1}{DD_{AA}\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{((AA+BB)-\mu_{AA})^2}{2\sigma_{AA}^2}} + \frac{1}{DD_{BB}\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{((BB+AA)-\mu_{BB})^2}{2\sigma_{BB}^2}} \quad (155)$$

Ahora, el lector puede deducir que un bien económico se encuentra bajo 4 dimensiones, pero para no complicar las cosas de forma innecesaria acudiendo a hiperplanos, se asumirá que sólo se está en 3 dimensiones (ignorando el eje de la materia. Figura 16) y se nombrarán los resultados de la función $k(AA, BB, \mu_{AA}, DD_{AA}, \mu_{BB}, DD_{BB})$ como w^v, ya que hacen referencia a los posibles caminos que puede recorrer un organismo vivo de una especie para obtener cierta cantidad de bienes económicos.

$$k(AA, \mu_{AA}, DD_{AA}, BB, \mu_{BB}, DD_{BB}) = w^v \quad (156)$$

Figura 16

Tres ejes



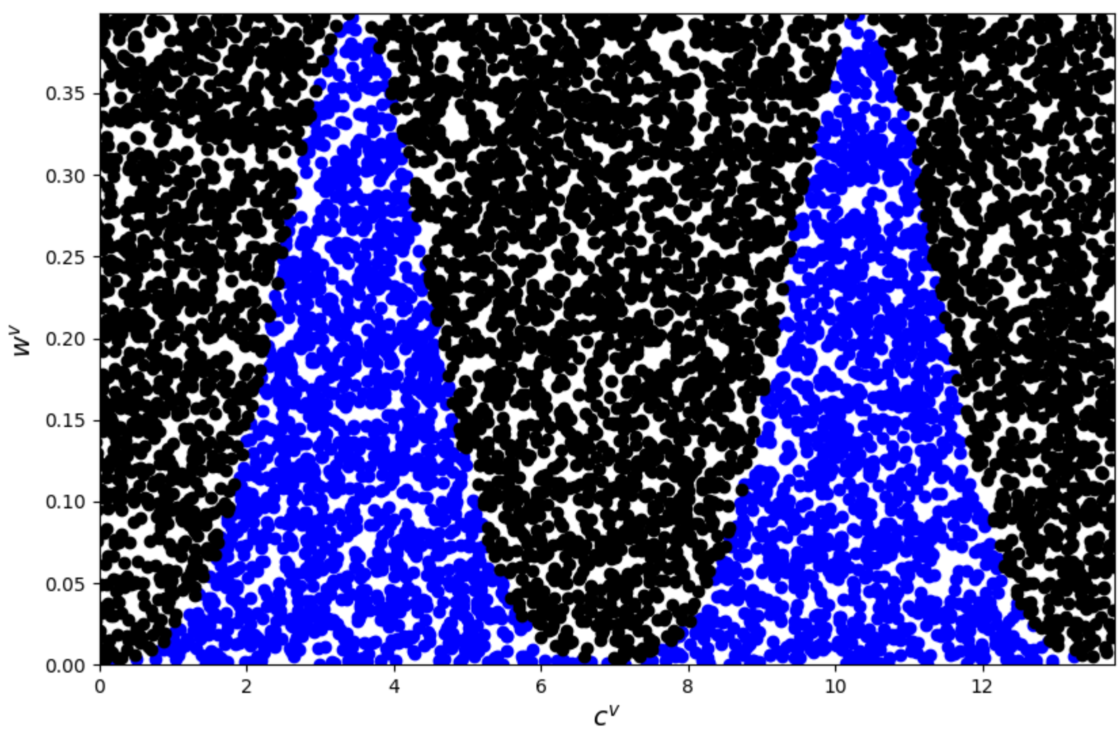
Nota. Tres ejes. Fuente: Elaboración propia.

Debido a que hay una distribución bimodal para cada punto de la partición regular, y teniendo en cuenta la magnitud de los vectores módulo, ahora es necesario generar una distribución de frecuencias aleatoria correspondiente en cada punto.

Por ejemplo, en la figura 17 se muestra una distribución bimodal, cuyo eje c^v es igual a la suma de dos vectores $\overrightarrow{v_{AA_1}}+\overrightarrow{v_{BB_1}}$ correspondientes a un punto de la partición de $\mathrm{P_n}$. Si se realizan disparos al azar en el área rectangular y se eligen aquellos que caigan dentro de las distribuciones (puntos de color), servirán para construir una tabla de frecuencias sobre los posibles caminos que puede tomar un conjunto de organismos vivos en un punto de la partición; en otras palabras, se está creando una simulación de Montecarlo para cada P_n.

Figura 17

Simulación de Montecarlo para construir distribuciones de frecuencias



Nota. Distribución bimodal cuyo eje de abscisas se encuentra en c^v, y de ordenadas en w^v; se dibujaron 15.000 puntos con una partición regular de $|c_i^v - c_{i-1}^v| = 0{,}0001$ y $|w_i^v - w_{i-1}^v| = 0{,}0001$. Fuente: Elaboración propia.

Esto se debe hacer con cada punto de la partición para finalmente tomar un valor al azar de la distribución de frecuencia construida e interpolar los valores elegidos de cada simulación de Montecarlo. Hay que resaltar que las medias de cada vector contienen una mayor posibilidad de ser elegidas, mientras que los puntos externos de la figura 17 hacen referencia a los puntos de extinción (lo que Maya (2015) denomina "némesis de la naturaleza"). Por otro lado, el siguiente punto más bajo en probabilidad en la mitad (en la figura 17 entre los valores 6 y 8 en el eje de abscisas) hace referencia a que el ser humano carece de nicho ecológico y no puede mantenerse en el equilibrio natural, por lo que debe decantarse a situaciones de eficiencia.

4. Caso práctico

Conviene recordar que un bien económico es materia visible más una idea, y que esto está relacionado con las funciones de estatus, pero que además, debe haber un reconocimiento colectivo de dichos objetos, que en el presente documento está dado por la tautología de $x_i \equiv y_i$. Además, los cardinales de los conjuntos propuestos permiten deducir la propiedad transitiva la cual es imprescindible, ya que permite construir las funciones y delimitar los comportamientos de las constantes de integración.

Constrúyase las funciones dado un valor de:

$$\bar{\mathrm{t}}_2 = -0{,}2 \tag{157}$$

Por lo anterior, el valor de la primera cota para la constante $\bar{t}_1$ que debe tomar es (ver expresión 78):

$$\bar{t}_1 < 3{,}320117 \tag{158}$$

Se propone encontrar $*t^v$ (ver expresión 85):

$$e^{t^v + 0{,}2} - \frac{1}{t^v} = 0 \tag{159}$$

La solución de la expresión 159 da como resultado:

$$*\mathrm{t}^{\mathrm{v}} = 0{,}497719 \tag{160}$$

Se encuentra $*c^v$ (ver expresión 89):

$$*c^v = e^{0{,}497719 + 0{,}2} \tag{161}$$

$$*c^v = 2{,}009165 \tag{162}$$

Se acude a la expresión 92 y se reemplazan los resultados.

$$2{,}009165-\ln(0{,}497719)<\bar{t}_1 \tag{163}$$

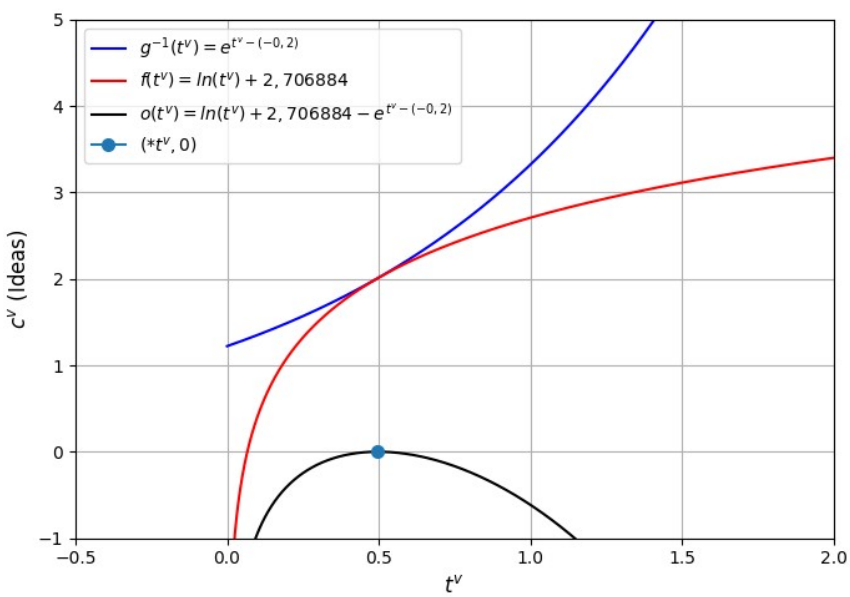
El intervalo **abierto** para la primera constante queda definido de la siguiente forma:

$$2{,}706884<\bar{t}_1<3{,}320117 \tag{164}$$

Si bien, el conjunto de valores que puede tomar la primera constante es un intervalo abierto, se pueden corroborar las ideas planteadas en las figuras 10 y 11. Si a $\bar{t}_1$ se le asigna 2,706884, se obtiene lo siguiente:

Figura 18

Punto donde las funciones propuestas son tangentes

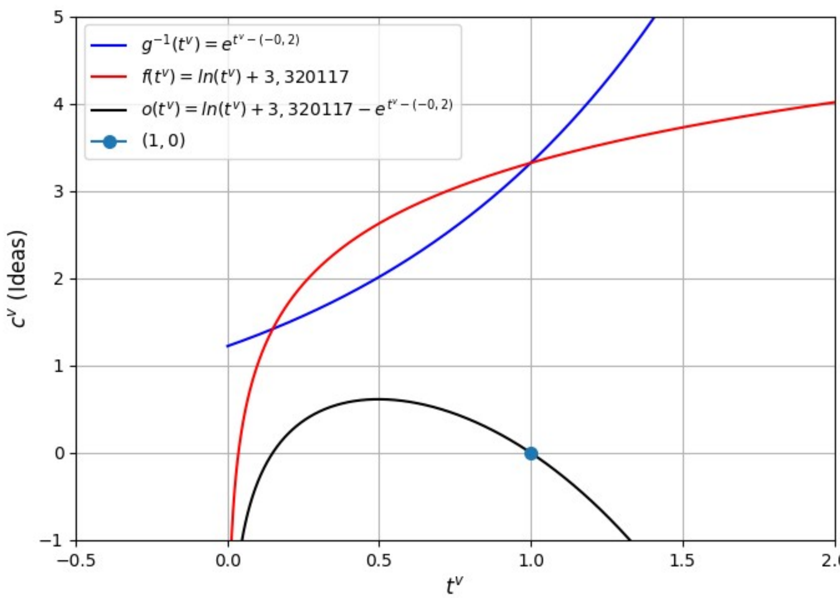


Nota. Se puede observar que el punto donde son tangentes las funciones se da cuando la constante $\bar{t}_1$ toma el valor de la cota inferior no mínima de 2,706884. Y esto se ve reflejado en la función $o(t^v)$ justo como se teorizó en la figura 11. Fuente: Elaboración propia.

En contraste, si se toma la cota superior no máxima, con $\bar{t}_1$ igual a 3,320117 es de esperar que el segundo cruce de las funciones se dé en la unidad, o lo que es lo mismo, que la segunda raíz de la función $o(t^v)$ sea exactamente en 1.

Figura 19

Punto donde las funciones propuestas se cruzan en la unidad



Nota. Las funciones propuestas se cruzan en la unidad; esto además se ve reflejado en la segunda raíz de la función $o(t^v)$ lo que es consistente con lo teorizado en la figura 10. Fuente: Elaboración propia.

Ahora, por ejemplo, se toma un valor que esté dentro del intervalo definido para la segunda constante, como el siguiente:

$$\bar{t}_1 = 3{,}2 \tag{165}$$

Se cumple que (propiedad expuesta en la expresión 64):

$$\bar{t}_1 > \bar{t}_2 \Rightarrow 3,2 > -0,2 \tag{166}$$

Se plantean los valores en las funciones:

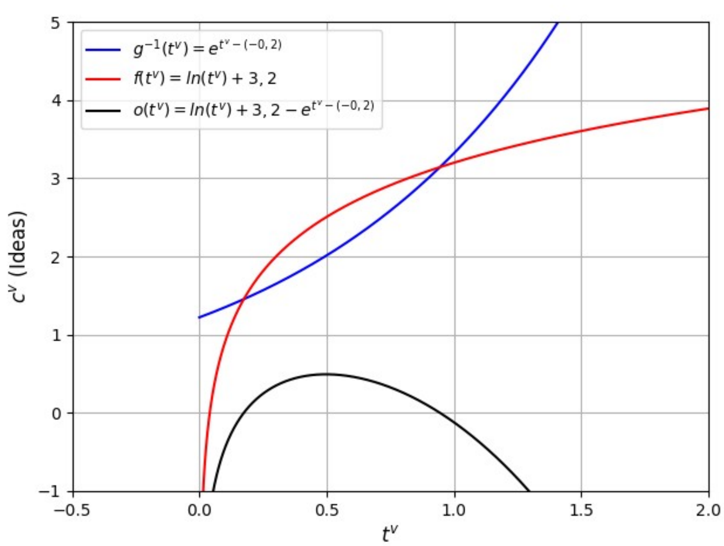
$$f(t^v) = \ln(t^v) + 3,2 \tag{167}$$

$$g^{-1}(t^v) = e^{t^v + 0,2} \tag{168}$$

$$o(t^v) = \ln(t^v) + 3,2 - e^{t^v + 0,2} \tag{169}$$

Figura 20

Gráfica que representa las funciones propuestas en las expresiones 167, 168 y 169



Nota. Gráfica de las funciones $f(t^v)$, $g^{-1}(t^v)$ y $o(t^v)$. Fuente: Elaboración propia.

Ahora, para poder solucionar las raíces de la expresión 169 se debe acudir a los métodos numéricos; en esta ocasión se usará el método de bisección.

El valor de a, primera raíz para $o(t^v)$, encontrado con una precisión de 10e-105 es de: 0,174522132308777372368217226845517165889809892680696596159887261699717800500460522788058107499503160597081439 86.

De igual forma, se puede encontrar la imagen de dicho valor reemplazándolo en $f(t^v)$ o $g^{-1}(t^v)$ y encontrar c_a^v, cuya cifra con una precisión de 10e-105 es de: 1,454296287332812607652420257135567296582753458541937344606664015273211226021265933953795210011573453417091401 4.

$$\ln(a)+3.2=c_a{}^v \vee e^{a+0.2}=c_a{}^v \tag{170}$$

Así mismo, el valor de b (segunda raíz) encontrado con una precisión de 10e-105 es: 0,945473943893232047007369026302483553415740468658452009452873876034676104149711511480379483120751925011167778 1.

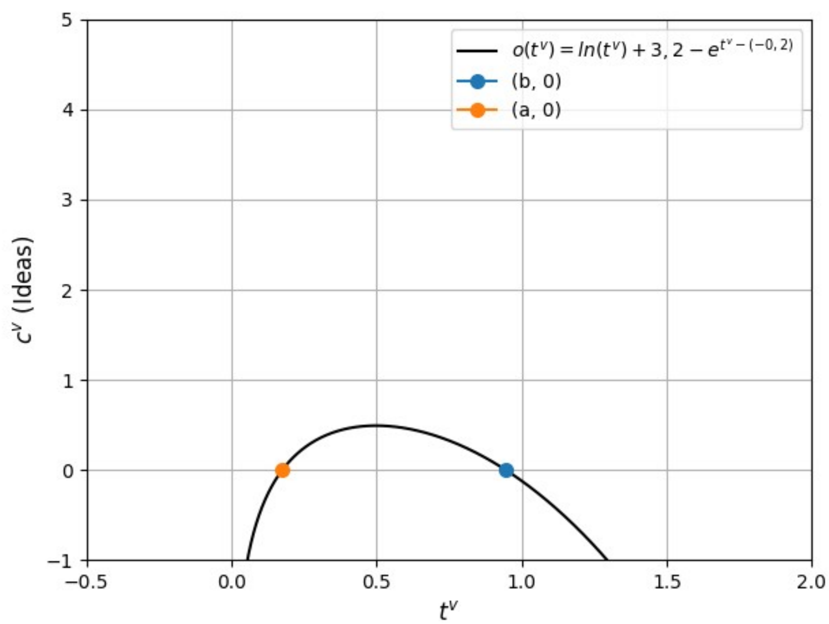
De modo similar, el valor de c_b^v con una precisión de 10e-105 es de: 3,143931050717853833194362072275426654415793903094695961215615424068467493705289072117887662620886197133298524 4.

$$\ln(b)+3,2=c_b{}^v \vee e^{b+0,2}=c_b{}^v \tag{171}$$

Cabe resaltar que en los puntos $(a, c_a{}^v)$ y $(b, c_b{}^v)$ las pendientes de las funciones $f(t^v)$ y $g^{-1}(t^v)$ son equivalentes, ya que es donde se cortan; de igual forma, en la figura 20 el primer corte de derecha a izquierda tiene una imagen superior a la unidad, lo que es consistente con la expresión 24. Además, el segundo corte ocurre con un valor de b menor a uno, por lo que visualmente las funciones propuestas cumplen con las propiedades construidas en párrafos anteriores; los puntos de corte pueden ser visibles en las raíces de la función $o(t^v)$ que está dada por $(a,0)$ y $(b,0)$ (figura 21).

Figura 21

Gráfica de la función $o(t^v)$



Nota. Gráfica de la función $o(t^v)$ con sus raíces en $(b,0)$ y $(a,0)$. Fuente: Elaboración propia.

Ahora se plantean las funciones de longitud arco; para $L_{f(t^v)}$ resulta lo siguiente:

$$L_{f(t^v)}=\{\sqrt{1+(t^v)^2}-\ln[(1+\sqrt{1+(t^v)^2})/(t^v)]\}-\{\sqrt{1+(a)^2}-\ln[(1+\sqrt{1+(a)^2})/(a)]\} \tag{172}$$

$$L_{f(t^v)}=\{\sqrt{1+(t^v)^2}-\ln[(1+\sqrt{1+(t^v)^2})/(t^v)]\}+1{,}431265 \tag{173}$$

Por otro lado, para $L_{g^{-1}(t^v)}$ se llega a:

$$L_{g^{-1}(t^v)}=\sqrt{1+e^{2t^v}}+\frac{1}{2}\ln(\sqrt{1+e^{2t^v}}-1)-\frac{1}{2}\ln(\sqrt{1+e^{2t^v}}+1)-0{,}791409 \tag{174}$$

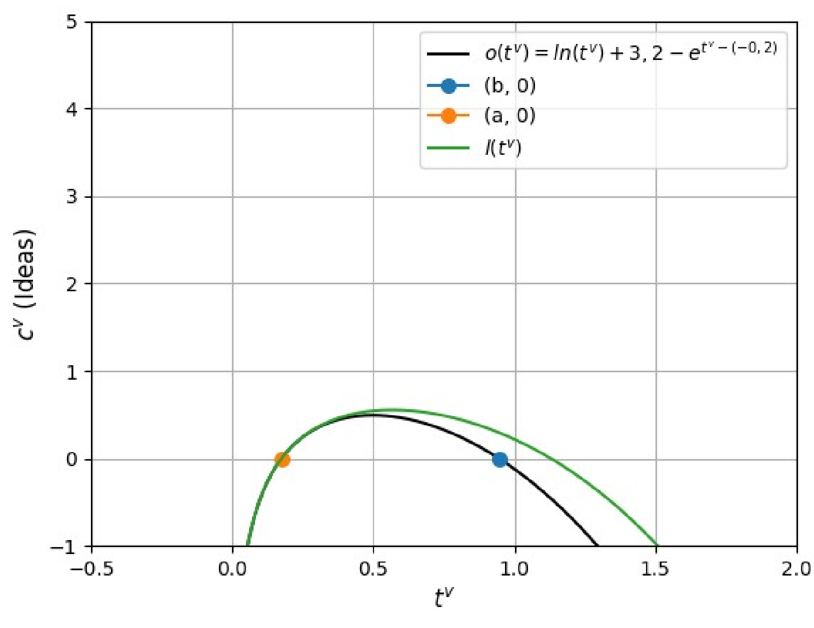
En suma, la función que reúne a $L_{f(t^v)}$ y $L_{g^{-1}(t^v)}$ que queda expresada de la siguiente forma:

$$l(t^v)=\sqrt{1+(t^v)^2}-\ln[(1+\sqrt{1+(t^v)^2})/(t^v)]-\sqrt{1+e^{2t^v}}-\frac{1}{2}\ln(\sqrt{1+e^{2t^v}}-1)+\frac{1}{2}\ln(\sqrt{1+e^{2t^v}}+1)\ldots \tag{175}$$

$$\ldots+2{,}222674 \tag{176}$$

Figura 22

Gráfica de la función $o(t^v)$ *y* $l(t^v)$



Nota. Gráfica de la función $o(t^v)$ con sus raíces en $(b,0)$ y $(a,0)$, y de la función $l(t^v)$. Se puede observar que se cumple la propiedad contenida en la expresión 17, las ideas son mayores a los bienes económicos en cada punto de interés, es decir, en el intervalo abierto de a hasta b el área bajo la curva es positivo. Fuente: Elaboración propia.

Se puede calcular la integral definida para $l(t^v)$ y se corrobora la propiedad expuesta en la expresión 125.

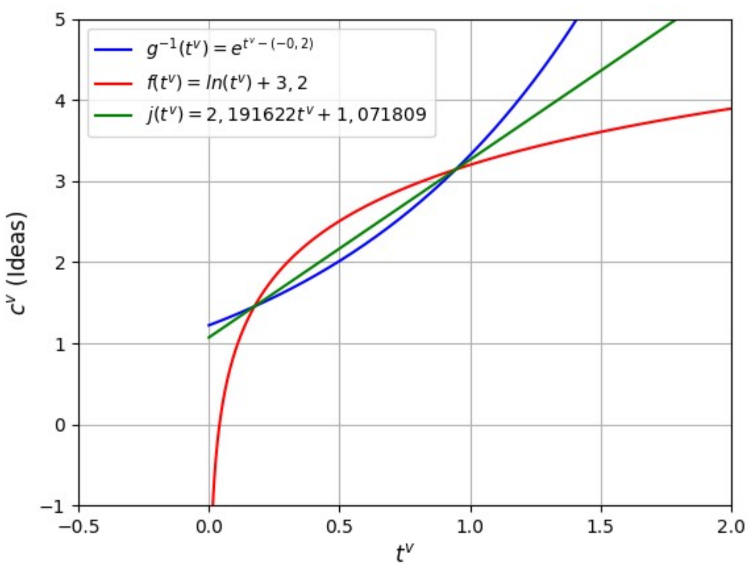
$$\int_a^b l(t^v)\,dt^v = 0{,}332634 \tag{177}$$

Ahora es necesario construir la función punto pendiente:

$$\mathrm{j}(t^v) = 2{,}191622t^v + 1{,}071809 \tag{178}$$

Figura 23

Función de punto pendiente

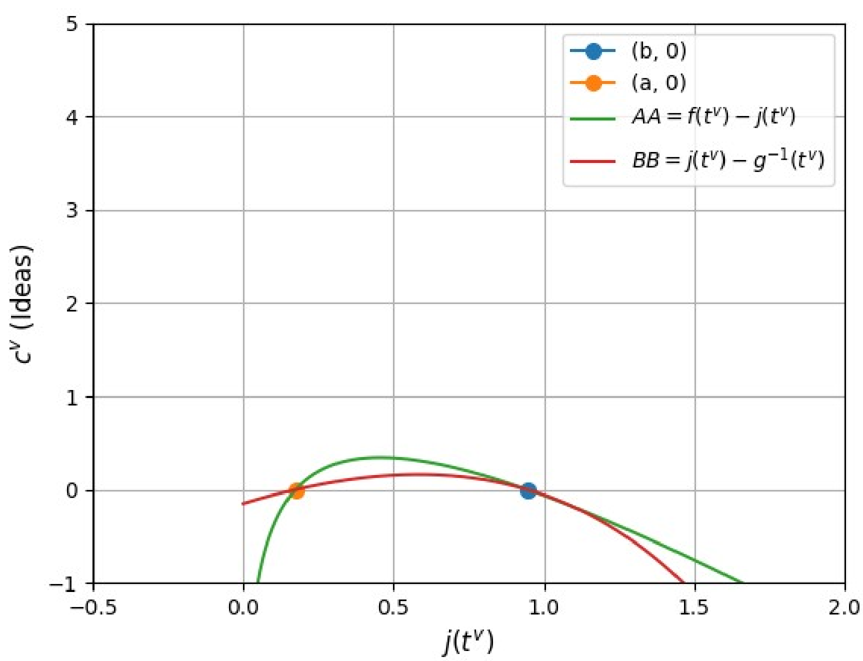


Nota. Gráfica con las funciones base y la recta punto pendiente que pasa por los puntos $\{(a, c_a^v), (b, c_b^v)\}$. Fuente: Elaboración propia.

Los valores de las matrices AA y BB pueden ser representados de manera gráfica en la figura 24 y también se puede apreciar de forma geométrica la propiedad contenida en la expresión 17, las ideas son mayores a los bienes económicos.

Figura 24

Vectores modulo



Nota. Cabe resaltar que aquí el eje de abscisas está dado por la función $j(t^v)$ y que la magnitud de los vectores es reflejado en el eje de ordenadas. Además, se aprecia cómo en un intervalo abierto de a hasta b, las magnitudes de los primeros vectores contenidos en AA son mayores a los segundos almacenados en BB, siendo coherente con la propiedad de la expresión 17. Fuente: Elaboración propia.

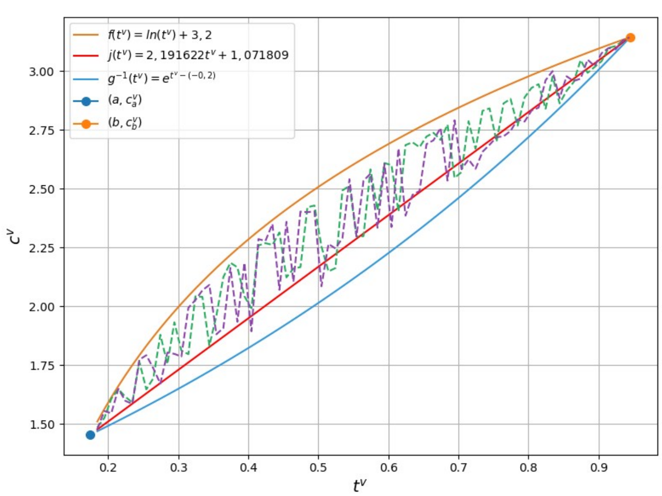
Una vez se crea una simulación de Montecarlo para cada punto de la partición, lo que permite crear una distribución de frecuencias para cada uno, lo que significa que van a existir caminos con probabilidades más altas que otros, por ejemplo, los puntos extremos de las función logarítmica, exponencial y de la recta punto pendiente serán considerados poco probables, por lo que se procede a elegir un valor al azar de cada distribución y luego se interpolan obteniendo la figura 25.

Las caídas en la interpolación de la figura 25 deben ser interpretadas como los momentos que enfrente un conjunto de organismos vivos cuando se ve obligado a dedicar gran parte de sus esfuerzos en el desarrollo de las ideas, como por ejemplo, un conjunto de organismos que enfrentan una pandemia y se ven obligados a realizar descubrimientos para poder superar la contingencia.

Por otro lado, los puntos de subida deben ser interpretados como lo momentos en el que el conjunto de organismos vivos se decantan por dedicar sus esfuerzos a la explotación de su entorno, por ejemplo en los humanos: el uso de del petróleo.

Figura 25

Bienes económicos para un periodo dado de tiempo[10]



10 Vale la pena resaltar que el modelo fue escrito en lenguaje de programación python, y el código del mismo se encuentra disponible en el siguiente repositorio de *git hub*: https://github.com/morenociencia

Nota: En la figura 25 se notan los altibajos que presentan 2 conjuntos de organismos vivos, es usual que al comienzo de la gráfica los seres vivos se decanten por una explotación material, esto es a su vez sustentado por el desarrollo sostenible, sin embargo, para poder seguir sobreviviendo se ven obligados a desarrollar las ideas, y esto se nota en las caídas de la interpolación.

La gráfica de la figura 25 puede ser dividida en 3 partes, un comienzo donde los bienes económicos se ven influenciados por su entorno, decantándose por la explotación material, un punto medio máximo de explotación del entorno, con caídas, que se traducen en la necesidad de destinar esfuerzos al desarrollo de las ideas para seguir sobreviviendo, y por último, una fuerte necesidad para dedicar los esfuerzos al desarrollo de las ideas.

5. Conclusión

El modelo propuesto, además de cumplir con todas las restricciones deducidas de manera lógica, también es consistente con la evidencia empírica del desarrollo sostenible, por lo que se puede concluir que los bienes económicos son crecientes para un periodo de tiempo de un conjunto de organismos vivos, ya que son la respuesta adaptativa para seguir sobreviviendo.

Por otro lado, se puede afirmar que los recursos no son escasos, debido a que dichos organismos nunca pueden alcanzar la totalidad de la materia visible del universo, sino, que aquella aparente 'escasez' se explica por la falta de distribución eficiente entre materia e ideas.

El proyecto desarrollado se centra en la validación de una hipótesis fundamental que postula que "el conjunto de bienes económicos de los organismos vivos de una especie está constituido por materia e ideas en un intervalo de tiempo dado". A través de un análisis detenido y coherente, se pudo verificar la consistencia del modelo propuesto con esta hipótesis. Es relevante destacar que el modelo no sólo es lógicamente sólido, cumpliendo con todas las restricciones deducidas, sino que también encuentra respaldo en la evidencia empírica del desarrollo sostenible propuesta por Augusto Ángel Maya.

La conclusión extraída es que los bienes económicos, según el modelo, exhiben una tendencia creciente a lo largo de un período de tiempo para un conjunto de organismos vivos. Esta conclusión se fundamenta en la idea de que dichos bienes eoconómicos son una respuesta adaptativa necesaria para la supervivencia continua de la especie. El desarrollo sostenible, como marco teórico, respalda esta noción al destacar la importancia de la adaptación y la transformación de los sistemas culturales para enfrentar los cambios en el entorno.

Además, se plantea una perspectiva interesante sobre la aparente escasez de recursos. Se argumenta que los recursos no son intrínsecamente escasos, ya que los organismos nunca pueden agotar la totalidad de la materia visible en el universo. En lugar de eso, a una "escasez" percibida que se atribuye a una falta de distribución eficiente entre la materia y las ideas. Esta afirmación abre un espacio reflexivo sobre la gestión de recursos y la importancia de optimizar la relación entre la explotación material y el desarrollo de ideas para lograr un equilibrio sostenible.

En resumen, el proyecto ofrece una contribución valiosa al validar la hipótesis propuesta y alinearse con principios de desarrollo sostenible. La conclusión de que los bienes económicos son crecientes destaca la capacidad de adaptación de las especies, mientras que la reflexión sobre la aparente escasez de los recursos invita a reconsiderar cómo se gestionan y distribuyen la dis en la práctica.

Referencias

Brown, L., Lemay, H., Bursten, B., Murphy, C., & Woodward, P. (2012). *Chemistry: The Central Science*. (12th ed.). Prentice Hall.

Callejo, J., Rodríguez, D. (2013). *Econofísica: En busca de un caballo perfectamente esférico y de masa despreciable.* Universidad Autónoma de Madrid.

Debreu, G. (1971). *Theory of value an axiomatic analysis of economic equilibrium*. Yale University Press.

Descartes (1978). *Discurso del método*. Gab editores.

Douglas, J. y Burden, R. (2004). *Métodos numéricos* (Escolano Trad., Tercera edición). Thomson. (Trabajo original publicado en 2003).

Einstein, A. (1923). *The Principle of Relativity* (Prett & Jeffery, Trad.). Methuen and Company Ltd. of Londres. (Trabajo original publicado en 1905).

Galeano, J. y Rodríguez, C. (2020). *Cálculo integral en una variable.* Universidad Nacional de Colombia.

Gallopin, G. (2003). *Sostenibilidad y desarrollo sostenible: un enfoque sistémico*. Organización de las Naciones Unidas.

Granville, W. (2009). *Cálculo diferencial e integral.* Limusa.

Johnson, H. (1958). *Demand theory further revisited or goods are goods*. Economica 25: 149.

Kauffman, S. A. (2002). *Investigations*. ProQuest Ebook Central. https://ezproxy.unicolmayor.edu.co:2141/lib/cundinamarca-ebooks/detail.action?docID=271715

Lamarck, J. (1986). Filosofía Zoológica (Llana, Trad.). F. Semper y Compañía Editores. (Obra original publicada en 1809).

Martínez, C. (2012). *Estadística y muestreo*. ECOE.

Maya, A. (2013). *El reto de la vida*. Ecofondo.

Maya, A. (2015). *La fragilidad ambiental de la cultura*. Editorial de la Universidad Nacional de Colombia.

Menger, C. (2018). *Principios de Economía Política*. Bubok Publishing S.L. https://ezproxy.unicolmayor.edu.co:3276/es/lc/unicolmayor/titulos/51307

Mosterín, J. (1971). *Teoría axiomática de conjuntos*. Ariel.

Ochoa, F. (2019). Evidencias y naturaleza de la materia oscura. *Momento: Revista de Física*, 59E, 72–83. https://ezproxy.unicolmayor.edu.co:2162/10.15446/mo.n59E.81664

Ojeda, O. D. (2019). *Hacia una mirada no antropocentrista: el derecho de los animales en el ordenamiento jurídico argentino partiendo de la Ley 14.346*. Alveroni Ediciones. https://ezproxy.unicolmayor.edu.co:3276/es/lc/unicolmayor/titulos/121778

Pindyck, S. y Rubinfield, L. (2009). *Microeconomía* (Rabasco, Trad., Séptima edición). Pearson.

Pyskunov, N. (1977). *Cálculo diferencial e integral*. Mir Moscú.

Samuelson, P. A., y Nordhaus, W. D., (2006). Protección del ambiente. En R. del Bosque Alayón (ed.), *Economía* (pp. 350-363; M. Cevallos, V. Hernández, E. Roa, y M. Pérez, Trad.; 18.ª ed.). McGraw-Hill. (Obra original publicada en 2005).

Stewart, J. (2018). *Cálculo trascendentes tempranas*. Cengage.

Taylor, R. (2013). Chapter 10: Discover adjacent possibles. *Creativity at Work: Supercharge Your Brain and Make Your Ideas Stick,* (pp. 125-130). Kogan Page Ltd.