

Incidencia de la deuda pública interna en el crecimiento económico colombiano durante
el periodo 2005-2022

Carlos Leonardo Camargo Tamayo

Juan Sebastian Herrera Beleño

Miguel Ángel Castaño Peña

Trabajo presentado como requisito para optar por el título de Economistas

Tutor:

Carlos Alberto Avendaño Martínez



Universidad Colegio Mayor de Cundinamarca

Facultad de Administración y Economía

Bogotá D.C

2023

Resumen

El presente documento estudia la incidencia de la deuda pública interna del gobierno nacional central en el crecimiento económico colombiano, medido a través de la producción agregada desde el año 2005 hasta el 2022, con fin de observar la importancia de este mecanismo en la economía local a partir de una serie de datos trimestrales obtenidos del Banco de la República, el DANE y el Ministerio de Hacienda y Crédito Público. Se aplicaron dos metodologías: la primera consistió en la caracterización de las variables como el PIB y el endeudamiento interno del gobierno nacional central encontrando que las variables poseen una correlación directa si se aplicaba un análisis lineal; en la segunda metodología se realizó un modelo de vectores autorregresivos (VAR) con el fin de explorar los impactos que generaba la deuda interna de Colombia en su PIB de largo plazo, finalmente se encontró que la incidencia de la deuda pública interna no es estadísticamente significativa en la producción agregada de largo plazo.

Palabras clave: Deuda pública interna, crecimiento económico, gobierno nacional central, modelo VAR.

JEL: C50, H60, E62, E65.

Abstract

This paper studies the incidence of the internal public debt of the central national government on Colombian economic growth, measured through aggregate production from 2005 to 2022, in order to observe the importance of this mechanism in the local economy based on a series of quarterly data obtained from Banco de la República, DANE and the Ministry of Finance and Public Credit. Two methodologies were applied: the first consisted in the characterization of variables such as GDP and internal indebtedness of the central national government finding that the variables have a direct correlation if a linear analysis was applied; in the second methodology an autoregressive vector model (VAR) was performed in order to explore the impacts generated by Colombia's internal debt on its long term GDP, finally it was found that the incidence of the internal public debt is not statistically significant in the long term aggregate production.

Key words: Internal public debt, economic growth, central national government, VAR model.

JEL: C50, H60, E62, E65.

Tabla de contenido	
Introducción	6
Planteamiento del problema	6
Justificación	7
Objetivos	8
Objetivo General	8
Objetivos Específicos	9
Hipótesis	9
Marco teórico	10
Teorías sobre la deuda pública	10
¿Qué causa la deuda pública?	13
Teorías sobre el crecimiento económico	14
Antecedentes	16
Sobre la deuda.	17
Sobre la deuda pública	18
Sobre la deuda externa.	20
Sobre la deuda pública total bruta	23
Desarrollo empírico.	24
Producto Interno Bruto	24
Tasa de crecimiento del PIB	26
Deuda pública interna	27
Deuda interna del sector público no financiero	31
Planteamiento y Resultados del modelo econométrico	32
<i>Pruebas</i>	32
<i>Causalidad de Granger</i>	36
<i>Función impulso respuesta</i>	37
Conclusiones y recomendaciones	40
Conclusiones	40
Recomendaciones	41
Bibliografía	43
Anexos	48
Anexo A	48
Anexo B	49

Lista de figuras

FIGURA 1. PIB REAL COLOMBIA 2005 - 2022, (MILLONES DE PESOS) PRECIOS CONSTANTES, BASE 2015	26
FIGURA 2. TASA DE CRECIMIENTO ANUAL PIB REAL COLOMBIA 2005 - 2022	27
FIGURA 3. SALDOS DEUDA TOTAL DEL GOBIERNO NACIONAL CENTRAL (PROPORCIÓN)	28

FIGURA 4. SALDO TRIMESTRAL DE LA DEUDA INTERNA REAL DEL GOBIERNO NACIONAL CENTRAL (MONETARIO Y PROPORCIÓN DEL PIB) COLOMBIA 2005 - 2022	29
FIGURA 5. TASA DE CRECIMIENTO TRIMESTRAL DE LA DEUDA INTERNA DEL GOBIERNO NACIONAL - COLOMBIA 2005 - 2022	30
FIGURA 6. PIB REAL VS SALDO DEUDA INTERNA DEL GOBIERNO NACIONAL CENTRAL COMO PROPORCIÓN DEL PIB (2005.1 - 2022.4)	31
FIGURA 7. SALDO ANUAL REAL DE LA DEUDA PÚBLICA DEL SECTOR PÚBLICO NO FINANCIERO 1998 - 2021	32
FIGURA 8 FUNCIÓN IMPULSO RESPUESTA DE LA DEUDA PÚBLICA INTERNA HACIA LA PRODUCCIÓN AGREGADA.	38

Lista de tablas

TABLA 1. PRUEBA DE COINTEGRACIÓN DE PHILLIPS Y OULIARIS.	34
TABLA 2. PRUEBA DE COINTEGRACIÓN DE PHILLIPS Y OULIARIS (PRIMERA DIFERENCIA)	35
TABLA 3. PRUEBA DICKEY-FULLER AUMENTADA	35
TABLA 4. PRUEBA DICKEY-FULLER AUMENTADA (PRIMERA DIFERENCIA)	36
TABLA 5. CAUSALIDAD DE GRANGER	37

Introducción

La deuda pública interna es una forma de financiamiento utilizada por el Estado para captar dinero de los habitantes dentro del país. Este tipo de endeudamiento tiene un impacto significativo en diversos aspectos económicos, ya que afecta tanto al gasto público como a la estabilidad económica. Además, tiene repercusiones en la sociedad, puesto que influye en la distribución de los recursos económicos. El objetivo de este estudio es analizar los cambios y características de la deuda pública interna en Colombia en los últimos 17 años, así como identificar las causas y su relación con el crecimiento económico. Para llevar a cabo este análisis, se emplearán datos oficiales de diversas entidades gubernamentales, como lo son: el Ministerio de Hacienda y Crédito Público, el Banco de la República y el Departamento Administrativo Nacional de Estadística.

Planteamiento del problema

Dentro de la ciencia económica se plantea el crecimiento económico ha sido un tema de gran interés, dado que mide la evolución económica de los países por medio de su capacidad productiva, que a su vez resulta en un aumento en la calidad de vida de sus habitantes, sin embargo, esta característica depende de las políticas de redistribución que aplican los gobiernos; para la economía colombiana, este indicador ha sido estable durante los últimos 20 años dada la dependencia a mercados específicos como el de las materias primas y los choques provenientes desde el mercado financiero, además de la fuerte volatilidad que se presentó en los mercados dada la recesión económica experimentada por la crisis sanitaria de *COVID-19* en 2020. Es necesario destacar que esta evolución de la capacidad productiva se debe a factores como el crecimiento poblacional, el aumento en los ingresos de las familias a lo largo del tiempo y la influencia del gobierno como promotor del consumo, pero al separar este indicador de la deuda

pública interna provoca que no se reconozcan los efectos que ésta puede desarrollar dentro de la economía, dada la preferencia del financiamiento interno por parte del gobierno nacional.

Por otro lado, la deuda pública interna es una herramienta de política fiscal que permite al gobierno financiar múltiples proyectos de inversión como el desarrollo de la infraestructura nacional o la inversión social. Este instrumento permite que se alcance un mayor nivel de crecimiento económico, dado que la participación del gobierno en la economía tiene efectos multiplicadores dentro de la demanda agregada como lo determinó Keynes (1936). En los últimos años, los niveles de la deuda pública han ascendido de manera considerable, concretamente un 5,68% trimestralmente desde el año 2005 hasta el año 2022; de igual forma, según el Ministerio de Hacienda y Crédito Público, el nivel de endeudamiento del Gobierno Nacional Central (GNC) en el 2020 fue del 65,1% del PIB, en comparación con la región, este indicador presentó un nivel de deuda promedio del 77,4% del PIB en ese mismo año, lo que representa un 12,3% debajo del promedio del grupo de países de Latinoamérica y del Caribe (Ocampo y Eyzaguirre, 2023). Según el Departamento Administrativo Nacional de Estadística (DANE) (2021) en el 2020 el PIB decreció un 6,8 % anual mientras el Banco Mundial (2021) reportó que, en el mismo período, América Latina presentó un decrecimiento del PIB de 6,6% anual, mientras que en Colombia se presentó una contracción del 0,2% anual en comparación con la región.

Justificación

Esta investigación tiene como propósito aportar nueva evidencia empírica sobre este problema para el contexto colombiano, analizando el impacto de la deuda pública interna en el crecimiento económico nacional y ampliar la discusión sobre el endeudamiento interno dada la limitación de la literatura en este tema para las naciones latinoamericanas. A su vez, explorar la

evolución de estos indicadores a través de diferentes metodologías de estudio tales como el análisis de estática comparativa y la aplicación de modelos econométricos como los planteados en esta investigación, que podrán otorgar una visión más profunda respecto a sus causas y su administración a partir del reconocimiento de estas variables, la teoría y lo experimentado en el caso Colombiano.

La deuda pública ha sido motivo de análisis por múltiples autores a través de casos de estudio en países y/o bloques económicos, tales como el mexicano o el de la Unión Europea empleando una metodología de optimización que da por hecho la relación entre el crecimiento económico y la deuda pública. La exploración literaria y los trabajos realizados en torno a la posible relación entre las variables de deuda pública interna y crecimiento económico son escasos en hispanoamérica y no ha sido profundizada como en otras u otras economías, razón por la cual se elabora este documento. El objetivo de este estudio es comprender el comportamiento individual de estas variables a lo largo del tiempo, examinando las causas subyacentes de su existencia y las razones por las que reaccionan de cierta manera. La comprensión de estas variables puede mejorar la investigación en los ámbitos económico y fiscal. En vista de lo anterior, se pretende responder a la siguiente pregunta problema: ¿Cuál fue la incidencia de la deuda pública interna del gobierno nacional central en el crecimiento económico colombiano durante el periodo 2005-2022?

Objetivos

Objetivo General

- Analizar la incidencia de la deuda pública interna del gobierno nacional central sobre el crecimiento económico para el caso de Colombia en el periodo 2005 al 2022 a través del análisis de datos trimestrales.

Objetivos Específicos

- Comprender la relación conceptual entre la deuda pública interna del gobierno nacional central y el crecimiento económico.
- Caracterizar el comportamiento de la deuda pública interna del gobierno nacional central y de la tasa de crecimiento de la producción agregada durante el periodo de 2005 a 2022 de forma trimestral.
- Estimar la incidencia de la deuda pública interna del gobierno nacional central sobre el crecimiento del PIB de Colombia a partir de un modelo econométrico de series de tiempo de tipo VAR con los datos recolectados.
- Contrastar los resultados del modelo econométrico respecto al marco conceptual para proponer estrategias que favorezcan un crecimiento económico de acuerdo a la incidencia de la deuda interna.

Hipótesis

Dada la teoría y los casos de estudio analizados previamente, la hipótesis del presente trabajo es que la deuda pública interna, medida a partir de la deuda pública del gobierno nacional central de Colombia, no incide sobre el crecimiento económico del país.

Marco teórico

Esta investigación se enfoca en el estudio de una variable y de un concepto que puede ser medido a través de los cambios de la producción agregada a lo largo del tiempo: la deuda pública y el crecimiento económico. Por un lado, la deuda pública es una variable que depende de la política fiscal y hace referencia a la necesidad de financiar las actividades del Estado dentro de las cuentas corrientes tal y como se mencionó previamente; y por el otro, el crecimiento económico que está atado a las distintas condiciones que presentan los países y su contexto, destacando el crecimiento como un factor importante por múltiples autores en el estudio económico, pero que no posee un estudio continuo y presenta varios retos metodológicos para su medición, tal y como lo declaran Helbig y Rabanal (2020).

Teorías sobre la deuda pública

La deuda pública es un instrumento de política fiscal que ha sido utilizado por los gobiernos con el fin de financiar las diferentes actividades del gobierno. Según la Contraloría General de la República (CGR, 2016), la deuda pública es la acumulación periódica de los déficits fiscales causados por gobiernos que, dado el modelo de Estado Social de Derecho y las demandas crecientes de la sociedad, han gastado por encima de los ingresos totales percibidos, obligando a financiar la diferencia por la vía del crédito externo e interno. Lo anterior indica que, la deuda pública está constituida por todas aquellas obligaciones financieras pertenecientes al Estado, estos préstamos generan intereses que deben ser solventados en el futuro y los cuales se difieren entre crédito externo e interno.

Al hablar de deuda pública es primordial resaltar la diferencia entre deuda pública interna y externa. Por su parte, la deuda pública interna es aquella que se reembolsa con la moneda doméstica del país y se define como “...los financiamientos obtenidos en el mercado doméstico,

mediante la colocación de valores gubernamentales y de créditos directos con otras instituciones, cuyas características principales son el ser pagaderos dentro del país” (Galindo y Ríos, 2015, p.

5). Por otro lado, la deuda externa se define como el conjunto de préstamos públicos solicitados al extranjero. Al respecto, Gómez (2012) afirmó lo siguiente:

La deuda externa son todas las deudas reembolsables a acreedores del exterior, que hayan sido contratadas directamente por el Gobierno Nacional, las entidades descentralizadas, las entidades de seguridad social, las empresas públicas del orden nacional, departamental o municipal, el Banco de la República y las demás entidades financieras. (p. 120)

Es crucial identificar la función de ambos tipos de deuda y aprender a distinguir entre una y otra. “La diferencia más notoria entre deuda externa y deuda interna es que mientras la primera implica una transferencia de recursos entre el país y el exterior, la segunda implica un cambio en la composición de la riqueza doméstica” (Massad y Zahler, 1987, p. 122).

A lo largo de la historia varios economistas destacados han dado su perspectiva con respecto a la adquisición de la deuda pública; tal es el caso de Adam Smith quien en el capítulo III del libro V de *La riqueza de las naciones* expone sus ideas sobre deuda pública y afirma que esta “es una práctica que ha traído debilidad o desolación o ambas a todos los países” (Smith, 1776, p. 58). Este pensamiento se debe a que, según Smith la deuda se debía en gran parte a la guerra y a la pésima administración que poseían los gobiernos en los tiempos de paz; esto impedía un ahorro que les permitiera amortizar esta problemática y causaba que el pago total de esta deuda recayera sobre las generaciones futuras. Además, esto afectaba su consumo futuro frente al pago de impuestos y, por consiguiente, generaba impactos negativos en el crecimiento económico.

En el mismo sentido, se encuentra David Ricardo, quien en el capítulo XVII del libro IV de *Principios de Economía Política y Tributación* manifiesta un pensamiento muy cercano al de Smith al plantear que la deuda pública afecta de manera negativa a la acumulación de capital y

expone que "es únicamente con el ahorro de los ingresos y la restricción en los gastos es como el capital nacional puede aumentarse, y no serían aumentados los ingresos ni reducir los gastos con la acumulación de la Deuda Pública" (Ricardo, 1817, p.203). Además, Ricardo plantea la necesidad de constituir un fondo de amortización de la deuda el cual sea procedente de un exceso de los ingresos sobre los gastos públicos con el fin de que en los tiempos de paz se pueda reducir la deuda adquirida en tiempos de guerra.

Otro economista clásico que trató el tema de deuda fue Stuart Mill, quien afirmaba que cuando el gobierno se endeuda, lo que realmente hacía era recaudar dicho monto mediante impuestos que recaen directamente sobre las clases trabajadoras, hecho que es mucho peor que haber recaudado este valor directamente sobre los impuestos, pues al momento de adquirir deuda no solo hay que solventar el monto total de esta, sino que, los intereses que esta misma genera a lo largo del tiempo. Además, dichos intereses generados por la deuda eran injustos debido a que se traducen en una sustracción de recursos a la clase obrera lo que beneficiaba a los capitalistas (Mill, 1848).

Basándonos en los distintos autores de la teoría clásica mencionados previamente, se concluye que la deuda pública es un mecanismo que, si no se aplica de una forma eficaz, puede tener un impacto negativo en la economía. Esto se debe a que, en algunos casos, los fondos recaudados mediante el endeudamiento no se traducen en un gasto público eficiente; además, el servicio a la deuda afecta en mayor medida a las clases trabajadoras, quienes llegan a verse obligadas a disminuir su consumo para pagar impuestos, lo que perjudica directamente al crecimiento económico del país.

Este concepto de deuda pública fue cambiando a lo largo del tiempo para las diferentes líneas de pensamiento económico, como es el caso de la nueva ortodoxia planteada por John

Maynard Keynes, quien afirmaba respecto a la deuda que “...si la emisión de un empréstito permite acometer obras públicas que aumenten la renta y el empleo de la comunidad, no sólo no disminuye el patrimonio nacional, sino que, por el contrario, se aumenta de una forma multiplicativa” (Lluch, 1972, p. 16).

Lo anterior se debe a que la adquisición de deuda se realiza con el fin de incentivar la economía mediante el gasto público. De este modo, se podrá demandar mucha mano de obra, lo que se traduce en una menor tasa de desempleo; sin embargo, es importante tener en cuenta que el aumento en la demanda también puede generar un aumento en la inflación, por lo que se deben tomar medidas para evitar una crisis económica en el futuro. Se puede considerar esta medida como una solución a corto plazo, pero es necesario realizar una gestión adecuada de la deuda para evitar problemas en el largo plazo.

En este contexto de deuda es importante distinguir el término de “servicio a la deuda” el cual se puede definir específicamente como el monto que corresponde al pago de capital e intereses adquiridos tal y como lo plantea Gómez (2012). En vista de lo anterior se puede afirmar que, el presupuesto del Estado debe someterse a qué tanto debe ir destinado al servicio a la deuda con el fin de cumplir con el cronograma de pagos de la misma, lo cual puede impactar negativamente en la asignación de montos a otras variables económicas lo que, por consiguiente, puede perjudicar de forma directa al crecimiento de la economía.

¿Qué causa la deuda pública?

Para Lozacano (2002) el principal factor que causa el endeudamiento interno es debido a un problema con su flujo de caja ($i-g$) por lo que se hace necesario financiarse para solventar sus gastos en el corto plazo. Es decir, la deuda pública es un efecto del déficit fiscal en el que opera el gobierno y del que, año a año, provoca nuevos requerimientos de deuda, además de pagar las

amortizaciones por concepto de deuda adquirida en el pasado. El autor no indaga más a profundidad sobre el crecimiento de la deuda pública lo que dejaría como un sospechoso sobre este comportamiento, a la inflexibilidad del gasto público en el que el Estado colombiano incurre para el desarrollo de políticas públicas (Espitia et al., 2018). Sin embargo, profundizar en este último punto implica abrir toda una línea de estudio y análisis que no aborda los objetivos iniciales de esta investigación.

Teorías sobre el crecimiento económico

Dentro de las teorías del crecimiento económico se encuentran autores clásicos como lo fue Adam Smith (1776), el cual expone que el crecimiento económico es un proceso endógeno que se encontraba involucrado con relaciones de interdependencia, como lo son el nivel de producción, el empleo y la división del trabajo. Además, éste se encontraba compuesto por el ahorro, que a su vez, estaba correlacionado de forma directa con la inversión, el acaparamiento de capital y los medios de producción.

La división del trabajo está limitada con el alcance que tiene el mercado, asimismo con las desigualdades sociales que existen entre las clases, puesto que, Kaldor (1974) profundiza en la teoría de Smith, fundamentalmente en el progreso de la economía y los rendimientos decrecientes.

Por otro lado, Solow y Swan (1956) plantearon un modelo de crecimiento económico neoclásico, en donde se analiza la relación entre el crecimiento de stock de capital, el crecimiento de la población y los avances de la tecnología, al mismo tiempo estudia la influencia de estos elementos sobre el nivel de producción. En este modelo el ahorro e inversión se desempeñan en forma simultánea en el largo plazo, lo que conlleva a que los mercados se vacíen dando como resultado el empleo neto.

Otro planteamiento en el crecimiento es el trabajo de Harrod y Domar (1946) en el cual diseñaron un modelo de crecimiento económico post-keynesiano que tuvo como objetivo buscar la dinamización de la macroeconomía. Este resaltó la importancia del ahorro y la inversión como canalizadores de un crecimiento sostenible en la economía. Si el equilibrio entre ambos no se produjo, el Estado debe intervenir complementando la inversión privada con el fin de prevenir el desempleo. Si se presentaron pequeñas variaciones en la tasa de crecimiento del PIB per cápita a largo plazo, esto puede resultar en variaciones significativas de renta en el mismo lapso, esto con el fin de establecer las condiciones necesarias entre el ahorro y la inversión en una economía.

También, la ley de Kaldor menciona que el crecimiento económico está condicionado a los medios de producción; esto se enfoca en el sector manufacturero que debe impulsar la economía de un país. En ese sentido, Rendón y Mejía (2015) afirman que el sector manufacturero es un elemento dinámico a escala con efectos positivos para el resto del área productiva, apoyado en este mismo como principal factor para el crecimiento económico. Lo anterior lo establece Kaldor en la primera ley de la relación directa de la tasa de crecimiento del PIB y de la tasa de crecimiento de la manufactura.

Otro autor que expone las teorías de crecimiento es Robinson (1956), que diseñó un modelo de crecimiento en el cual se da mayor relevancia al ahorro, en éste se identificaron dos factores que inciden en el incremento de inversión, los cuales son: el principio de eficiencia marginal del capital el cual remite a elementos que intervienen en las decisiones empresariales en materia de inversiones; los otros son los mecanismos financieros que habilitan los procesos decisorios y el principio de acelerador, que implican la relaciones circulares entre la demanda agregada y la inversión. La acumulación de capital es impulsada por la rentabilidad esperada y la

disponibilidad de financiamiento interno, cuya expansión es resultado de la acelerada industrialización y del mismo crecimiento de las economías nacionales.

Respecto a Robert Barro (1990) planteó un modelo de crecimiento económico endógeno, que incorpora el gasto público y los impuestos. Este planteamiento permite analizar el tamaño óptimo del gobierno, también, la relación que guarda este con el crecimiento y la tasa de ahorro; esto bajo unos supuestos teóricos que muestran las condiciones básicas para su correcto funcionamiento. También, considera que el capital privado surge de la inyección de capital hecha por particulares, mientras que el gobierno lleva a cabo inversiones públicas con el objetivo de evitar la exclusividad del capital privado. Como resultado, al incrementar la inversión pública no necesariamente se reduce la inversión privada. En este modelo se utilizó una función de producción la cual depende del capital privado (K), y de los servicios públicos suministrados por el gobierno (G); ésto con el supuesto de rendimientos constantes a escala para cada uno de estos elementos, pero rendimientos decrecientes para cada uno de los factores. Aunque, el supuesto de rendimientos constantes se vuelve más atendible cuando se considera que en el capital se incluye el capital físico y humano. La función es la siguiente :

$$Y = AK^\alpha G^{1-\alpha}$$

Para continuar se va a suponer que la tasa de ahorro es constante, esta es una fracción del ingreso.

$$S = sY$$

Después, se asume que la renta disponible de cada individuo va estar involucrada en lo siguiente:

$$Y^d = (1 - \tau)Y$$

$$Y^d = (1 - \tau)AK^\alpha G^{1-\alpha}$$

Luego, se pasa a términos per cápita.

$$y^d = (1 - \tau)Ak^\alpha g^{1-\alpha}$$

Con el fin de seguir en el desarrollo del modelo de Barro es necesario introducir la ecuación fundamental del modelo Solow-Swan:

$$\dot{k} = s(1 - \tau)Ak^\alpha g^{1-\alpha} - (n + \delta)k$$

Se divide por k para obtener la tasa de crecimiento del capital por persona.

$$\frac{\dot{k}}{k} = s(1 - \tau)Ak^{\alpha-1}g^{1-\alpha} - (n + \delta)$$

Esto indica que la tasa de crecimiento depende de manera positiva del gasto y negativa del tipo impositivo τ . El gobierno posee una restricción presupuestaria que va a conllevar el acercamiento a la tasa impositiva óptima para que se logre el crecimiento a largo plazo, la restricción es la siguiente:

$$g = \tau^\alpha A^\frac{1}{\alpha} k^\frac{1}{\alpha}$$

Se sigue con reemplazar el parámetro g en la tasa de crecimiento del capital:

$$\frac{\dot{k}}{k} = s(1 - \tau)Ak^{\alpha-1}\tau^\frac{1}{\alpha}A^\frac{1}{\alpha}k^\frac{1}{\alpha}{}^{1-\alpha} - (n + \delta)$$

$$\gamma^* = s(1 - \tau)A^\frac{1}{\alpha}\tau^\frac{(1-\alpha)}{\alpha} - (n + \delta)$$

Luego para hallar la tasa impositiva que maximiza la tasa de crecimiento y la recaudación del gobierno se deriva con respecto a τ , la función de la tasa de crecimiento es:

$$\frac{\partial \gamma^*}{\partial \tau} = -sA^{\frac{1}{\alpha}} \tau^{\frac{(1-\alpha)}{\alpha}} + s(1-\tau)A^{\frac{1}{\alpha}} \left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right) \tau^{\frac{(1-\alpha)}{\alpha}-1} = 0$$

$$\tau^* = 1 - \alpha$$

El modelo de Barro buscó el tamaño óptimo del gobierno con el control de la tasa impositiva τ , éste resultado significa que para alcanzar el máximo de la recaudación se debe hacer $1 - \alpha$ con el fin de no decrecer la tasa de crecimiento, puesto que esto tiene similitud con la curva de Laffer, por lo tanto, el modelo permitió evidenciar que los impuestos que utiliza el gobierno para el financiamiento del gasto, tienen efecto en la tasa de crecimiento de la economía a largo plazo.

Antecedentes

El crecimiento económico y la deuda pública interna son variables que han motivado varios estudios con intenciones de comprender su relación dentro de los contextos económicos que se presentan durante distintos momentos; sin embargo, son pocos los estudios en la región que analicen la relación entre la deuda pública interna y el crecimiento económico de una manera más profunda, dado que los casos analizados obedecen a contextos económicos de naciones desarrolladas; es por ello por lo que se analizarán los estudios que poseen a la variable deuda sin importar si es externa o interna de orden público o privado. Por otro lado, estas variables se han estudiado de manera intermitente pese al interés de la ciencia económica en este aspecto en distintas partes del globo y empleando distintas metodologías para la medición de estas variables. Primero se abordarán algunos aportes realizados desde el aspecto de la deuda pública y luego se pasará a las investigaciones sobre la deuda externa y finalmente se abordaron estudios sobre la deuda pública total bruta.

Sobre la deuda.

Se han desarrollado metodologías para el análisis de la deuda de los países miembros de la OCDE, el G7 o la zona euro, Panizza y Presbítero (2013) encontraron que no existe una relación causal evidente entre las variables de deuda y crecimiento económico para este grupo de países, estos resultados fueron producto de la aplicación de una encuesta en dichas naciones que han experimentado distintos niveles de deuda y que se han abordado durante las últimas décadas. Los autores aplicaron un análisis sobre los modelos teóricos y los resultados empíricos donde encontraron que el fenómeno no obedece a una regla general sino a las particularidades de cada economía.

En China se ha abordado el análisis de la deuda desde una perspectiva de política y de sus efectos, tal como lo abordó Liu (2022) en donde se enfoca en las reformas para la deuda del gobierno chino impulsadas en 2015, el estudio contempla el contexto institucional del gobierno chino para la adquisición de la deuda y un programa de canje de deuda por bonos locales como una especie de activos. El autor utilizó modelos econométricos, análisis comparativos que permitieron encontrar que esta reforma permitía al gobierno chino financiar los proyectos de desarrollo provocando una reducción en el riesgo por crisis de deuda. A su vez, Liu (2022) analizó el impacto de los niveles de deuda de los gobiernos locales chinos en el crecimiento económico de estos mismos gobiernos locales, encontrando que existe una relación positiva entre estas dos variables. Finalmente, el autor concluyó que la deuda emitida por los gobiernos locales era manejable y que desempeñaba un rol importante en el desarrollo económico regional pero que se debía desarrollar más reformas que sean capaces de mejorar la disciplina fiscal.

Sobre la deuda pública

En este primer grupo se encontró una mezcla de métodos tales como el aporte realizado por López y Castañeda (2008) donde se aplicó una metodología del indicador de brecha primaria de Blanchard (1990) la cual está basada en una revisión del comportamiento de la variable de deuda pública desde 1990 hasta 2007 para el caso de la economía colombiana, esto mediante indicadores comúnmente empleados y estabilizados a través del cálculo del saldo primario propuesto por Blanchard. Este ejercicio llevó a los autores a concluir que, el nivel de la deuda pública presentada por el país no era sostenible dado los niveles de crecimiento económico, las tasas de interés y el balance primario. También afirman que, para tener un nivel de deuda pública sostenible, es necesario llevar una tasa de crecimiento económico a largo plazo superior al 12%, entonces, enfatizan que la ineficiencia del gasto público es un limitante para generar el superávit primario necesario para la disminución del endeudamiento público (López & Castañeda, 2008).

Otras propuestas reconocen la importancia de las crisis financieras dentro del crecimiento económico desde la perspectiva de la deuda pública, tal y como lo presentaron Álvarez et al. (2017) donde encontraron evidencia empírica sobre el impacto generado por el endeudamiento excesivo para México que resultó en una crisis financiera en dicho país durante 1982; los autores realizaron una descripción de la deuda pública y el crecimiento económico, además de las barreras que se encuentran en la evolución de la producción agregada cuando los países escogidos (México, China y EEUU) optan por este tipo de financiamiento. También destacan que el crecimiento económico no garantiza que los niveles de deuda se estabilicen y que se convertirán, en algún momento, en una restricción financiera que afectará dicha evolución; esta perspectiva elaborada por los autores se enfoca más hacia un problema de política y abordan que la deuda, en general, obedece más hacia una asignación eficiente de recursos que permita

alcanzar los objetivos de crecimiento económico, la disminución de la deuda, la redistribución justa del ingreso y la defensa de los recursos estratégicos (Álvarez et al., 2017).

En Ecuador también se han dedicado esfuerzos para entender la relación que existe entre estas dos variables como los resultados obtenidos por Alvarado y Jiménez (2022) que midieron el impacto de la deuda interna ecuatoriana con un modelo de mínimos cuadrados ordinarios (MCO) y un modelo de vectores autorregresivos (VAR) ajustado con técnicas de cointegración y causalidad desde 1990 hasta 2019, los autores muestran que la relación de estas dos variables para el largo plazo es negativa y que el Estado ecuatoriano debe tener en cuenta su capacidad de pago para alcanzar la sostenibilidad fiscal; también destacan la importancia de los aportes generados desde la industrialización y de los limitantes provocados por una apertura comercial que no logra aprovechar las ventajas comparativas de la nación. Por todo ello resaltan en la necesidad de fortalecer la calidad institucional del sector público y una eficiencia del gasto para que pueda evitar un freno en el crecimiento económico, finalmente la investigación propone la necesidad de ajustar la razón deuda interna/PIB a un escenario más accesible para la política fiscal ecuatoriana (Jiménez y Alvarado, 2022).

Otros documentos se enfocaron en un ejercicio de maximización entre estas dos variables, el trabajo de Vaca et al. (2020) se enfoca en hallar una curva en forma de U invertida (una curva de Laffer) y hallar un punto máximo en el que estas dos variables puedan ser eficientes para el caso mexicano encontrando que la razón deuda interna/PIB es del 27% para este país, los autores destacan que esta razón está en el límite inferior para el crecimiento económico y destacan que alcanzar un umbral del 55% de la relación de deuda/ PIB provoca que las tasas de crecimiento se acerquen al 0% o que, incluso, sean negativas. La investigación sugiere que los umbrales de esta relación varían para distintos países por la singularidad de cada

país presentada en materia de política fiscal. Finalmente, el artículo sugiere que se debe investigar sobre las causas del límite presente en México y que será necesario evaluar el impacto productivo que genera el endeudamiento para dicho país.

Continuando con esta sección de estudios sobre la relación de deuda interna y crecimiento económico se encontró un documento que aplicó un análisis descriptivo de la razón deuda pública sobre PIB y de la tasa de crecimiento económico, aplicando un ejercicio econométrico de datos panel con retardo de orden 1 para una selección de países miembros de la Unión Europea. Este ejercicio aplicado por Álvarez (2021) logró encontrar que la deuda no siempre será un limitante para el crecimiento económico pues el efecto dependerá del plazo en el que se mire obteniendo efectos negativos en el corto plazo, pero efectos nulos o positivos dentro del largo plazo.

Sobre la deuda externa.

Los motivos existentes por los cuales las naciones adquieren deuda se deben a la necesidad de realizar proyectos de infraestructura que promuevan el comercio y la producción, además de la promoción del empleo desde otras fuentes con aras de mejorar el crecimiento económico del país tal y como lo sugería Orozco (2012). El autor se encargó de realizar un análisis de las variables agregadas para Colombia y describiéndolas para el periodo de 1988 - 2008, entre ellas deuda y crecimiento económico. En este aspecto, el autor, destaca que la deuda se limita a cubrir ese mismo gasto provocado por la misma, es decir, que la deuda se solventa con deuda y que garantiza que se vuelva a adquirir en el futuro provocando que los recursos sean destinados al servicio de la deuda y no a otros proyectos e inversiones que promuevan la producción. El documento encuentra una relación entre la deuda y el crecimiento económico la cual, es positiva hasta cierto punto, por lo que el comportamiento de las variables es no lineal si

no que está más asociada a una curva de Laffer. Otro elemento que encontró este autor es que el sector productivo ya se encontraba fuertemente endeudado cuando se presentó la crisis internacional a mediados de 1998 lo que provocó una fuerte contracción del PIB del 4.2% a mediados de 1999.

Otros autores destacaron que el endeudamiento externo es una de las fuentes de ingresos más importantes para los países en vías de desarrollo y que tiene como propósito el ampliar la capacidad productiva de estas economías. Rubio et al. (2003) se enfocaron en estudiar esta relación por medio de la caracterización matemática en donde las variables se relacionan de manera lineal y otro ejercicio donde aplicaron un modelo que encontraba que la relación se comporta por medio de una curva de Laffer tal y como lo aplicó Orozco para el caso colombiano, aplicando una metodología netamente econométrica y ampliando la serie de 30 años en lugar de los 20 años que se estudió en el caso anterior.

Los autores desarrollaron, en un primer momento, un modelo de tipo MCO para hallar la relación de las variables deseadas como de control y construyeron un modelo para el crecimiento y la inversión privada. Para el primer caso se desarrolló el indicador de la deuda externa sobre la producción agregada con fin de estimar su impacto en el crecimiento económico, por otro lado el indicador del servicio se encarga de medir el efecto de desplazamiento de la inversión y el indicador de déficit fiscal se estima para medir el efecto de las variables fiscales sobre el crecimiento económico; además, los indicadores de tasa de interés y de tasa de impuestos se enfocan en capturar los efectos sobre la inversión y la productividad. Para la ecuación de inversión privada se desarrollaron tres indicadores: 1) La inversión privada está afectada por el crecimiento del PIB. 2) La tasa de interés real y la de impuestos son parte del costo por el uso del capital. 3) El efecto de la deuda sobre la inversión privada será parte del efecto de la deuda

pública y privada, lo que permite diferenciarla como un gasto o como una inversión (Rubio et al., 2003).

Esta aplicación por parte de los autores permitió hallar una relación positiva entre la deuda externa sobre el PIB y la tasa de crecimiento ya que, cuando se eleva al cuadrado la variable de deuda se ve que el indicador refleja una relación negativa y se aproxima más hacia una curva de Laffer para el caso colombiano, por lo que, el punto máximo que permitiría un crecimiento económico es el de una relación deuda externa/PIB del 27%. En la segunda etapa (la ecuación de inversión) los resultados obtenidos no fueron muy distantes según los autores (Rubio et al., 2003).

Desde el Fondo Monetario Internacional (FMI) también se han llevado a cabo estudios sobre los efectos de la deuda en el crecimiento económico, esto se debe a que los países que se encuentran en las primeras etapas de desarrollo poseen un capital pequeño por lo que pueden ofrecer oportunidades de inversión llamativas en comparación a una economía desarrollada (Pattillo et al., 2002). Es por ello por lo que, hasta este momento, se logra evidenciar que la deuda externa y el crecimiento económico sí están relacionados y que, para Pattillo et al. (2002) existen muchas más posibilidades de entrar en algún tipo de riesgo cuando las entidades financieras prestan a las naciones que tienen estas características. La metodología empleada consistió en un análisis de regresión múltiple entre las variables de deuda externa y crecimiento per cápita para comprobar la relación existente; además, se añadieron algunas variables de control tales como el ingreso per cápita desfasado, la tasa de inversión, la escolarización, entre otras y se promedió el panel de datos de 93 países en desarrollo para el periodo 1969 – 1998 (Pattillo et al., 2002). Los autores también aplican un ejercicio de maximización por medio de una curva de Laffer pero sugieren que el punto en donde el nivel de la deuda que empezará a

generar un crecimiento negativo será entre el 160% y el 170% de las exportaciones o entre 35% y el 40% del PIB pero no abordan la tasa de deuda óptima para maximizar el crecimiento económico.

Sobre la deuda pública total bruta

En esta sección se han identificado pocos trabajos que analicen desde esta perspectiva las variables de deuda bruta y crecimiento económico, aplicadas a un grupo de países latinoamericanos. Rabanal y Helbig (2019) estudiaron el impacto a largo plazo de la deuda total bruta de los gobiernos, Para ello utilizaron contrastes de cointegración y se estimó un modelo de datos de panel dinámico para las variables de deuda total bruta y crecimiento económico en un grupo de países latinoamericanos encontrando que efectivamente existe una cointegración de las variables hallando que, tras la aplicación de un cálculo marginal, el aumento en un 1% de la deuda bruta total produce una contracción del PIB real del 0.026%.

En el continente africano también se ha desarrollado literatura sobre los efectos de la deuda pública en el crecimiento económico, Ibrahim (2015) utilizó un modelo de datos panel para Kenia, Tanzania, Uganda y Ruanda desde 1981 hasta el año 2014, a su vez utilizó técnicas de estimación de efectos fijos y aleatorios. El autor encontró que la deuda pública externa en estos países posee un efecto negativo en el crecimiento económico en los cuatro países del este africano, mientras que los efectos de la deuda pública interna no generan un efecto significativo para el crecimiento económico para este mismo grupo de países. Estos resultados se aseveran con el contexto macroeconómico que presentan estos países, en donde las variables de tasa de crecimiento real, tasa de interés, tipo de cambio e inflación no son variables que generen efectos significativos dentro del crecimiento. El caso de estudio también encontró que estas naciones entran en riesgo cambiario cada vez que se incurre en deuda al presentar una depreciación de las

monedas locales que provoca un aumento de la deuda pública. Finalmente, Ibrahim (2015) recomienda que se opte por una optimización de la deuda en estos países para alcanzar el crecimiento económico sostenible, sugiere también que se implementen medidas para la estabilización de las monedas y evitar el aumento de la carga provocada por la deuda.

Desarrollo empírico.

Para esta sección se examinó la evolución de la economía colombiana a partir de un análisis de estática comparativa; si bien los análisis de estática comparativa no explican la relación de las variables que se desean explorar o analizar tal y como lo explicaba Marrero (2012), se utilizará esta metodología para poder observar, de manera lineal, como se comportó la economía nacional por medio de la estadística descriptiva.

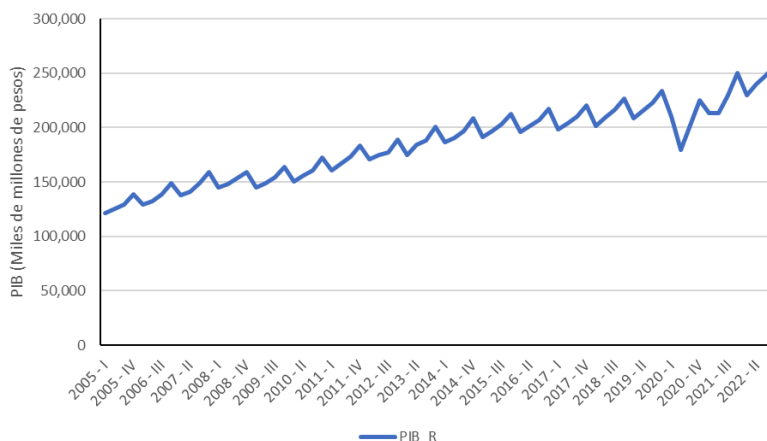
Producto Interno Bruto

La producción en Colombia ha presentado un crecimiento sostenido desde el año 2005 hasta el 2022 con una tasa de crecimiento promedio de 3.76% anual. Esta evolución posee una variación del 0.11% anual, lo que indica que el crecimiento económico colombiano es estable y que se aleja, en promedio, $\pm 0.33\%$ de dicha tasa de crecimiento promedio; lo anterior demuestra que el crecimiento económico de Colombia es lento pero sostenido y estable. Sin embargo, dado los importantes niveles de inversión que se presentaron en el país desde el año 2005 por efecto de la industria petrolera, la economía colombiana salió a flote pese a un grupo de escenarios complicados, puesto que, durante 2008 se presentó la crisis financiera ocasionada por la burbuja inmobiliaria en EE.UU., esto provocó que la producción no continuará con el ritmo de crecimiento que se estaba presentando y que no se recupera hasta mediados de 2009 cuando se vuelve a apreciar un crecimiento en el PIB.

Durante 2015 Colombia experimentó una serie de problemas que se vieron reflejados en la producción agregada originados por la disminución de los precios internacionales del petróleo, lo que indujo a una disminución en los ingresos del país denotando que el sector de hidrocarburos es el principal producto de exportación del país y del que ha sido su principal fuente de ingresos. La recesión más reciente experimentada por el país fue durante el año 2020 dada la crisis sanitaria por el *COVID-19*, en ese momento la situación incentivó al gobierno de turno a tomar medidas de confinamiento para evitar un ritmo de contagios más apresurado resultando en una contracción económica importante dado que la movilidad de las personas, el transporte de insumos y materias primas requeridas por las empresas se detuvo durante varios meses, reduciendo los ingresos de las familias y presentando un choque de oferta y demanda al mismo tiempo tal y como lo reportaba el informe de la Asociación Nacional de Industriales (ANDI, 2020).

Por otra parte, cuando se observa a este indicador económico en su periodicidad trimestral, se percibe cómo el inicio de cada año (primer trimestre) la producción disminuye en comparación al último trimestre del año inmediatamente anterior, esto se debe a que las familias no mantienen el nivel de ingresos que se logran con los mayores niveles de ingresos obtenidos por los trabajadores en dicho momento y, por ende, no hay mayores aportes a la producción en términos de consumo, tal y como se observa en la siguiente figura.

Figura 1. PIB real Colombia 2005 - 2022, (millones de pesos) precios constantes, base 2015

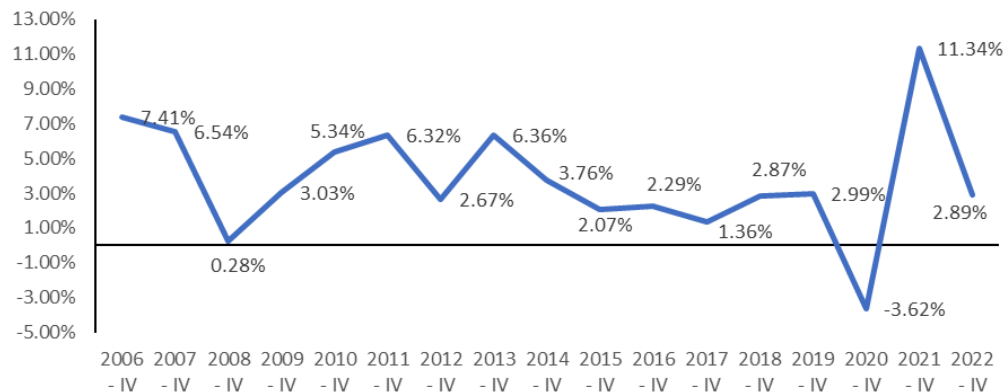


Nota. Elaboración propia con datos del Departamento Administrativo Nacional de Estadística (DANE).

Tasa de crecimiento del PIB

Al observar en detalle la tasa de crecimiento de la producción en la serie escogida, se aprecia que este indicador se ha comportado de manera muy variable, presentando crecimientos anuales cercanos a cero e, incluso, llegando a niveles negativos tal y como los experimentados en los periodos de pandemia. Durante el periodo de tiempo estudiado se han presentado múltiples fases de auge a lo largo de toda la serie expresados por los múltiples escenarios de desaceleración económica que se ha experimentado tal y como se muestra en la figura 2; se resalta que la tasa de crecimiento económico disminuye de manera sostenida entre 2013 y 2017 donde se aprecia de manera más sencilla el freno económico presentado por la crisis derivada de la caída de los precios internacionales del petróleo durante ese mismo periodo, se destaca el crecimiento negativo presentado por la crisis derivada por la pandemia de coronavirus experimentada en 2020 y la ralentización económica como resultado del estallido de la burbuja inmobiliaria en el año 2008.

Figura 2. Tasa de crecimiento anual PIB real Colombia 2005 - 2022

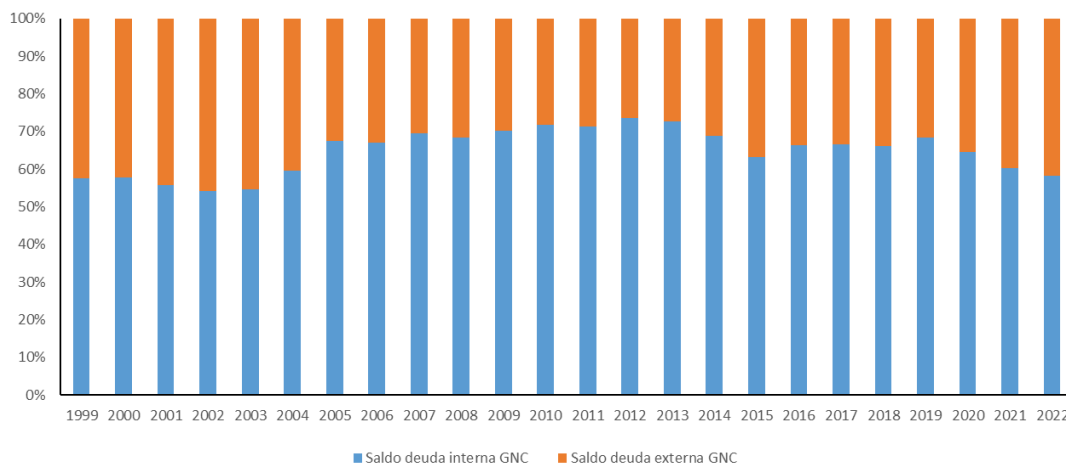


Nota. Elaboración propia con datos del Departamento Administrativo Nacional de Estadísticas (DANE).

Deuda pública interna

La deuda pública interna se midió por medio de la deuda pública del gobierno nacional central, en donde se aprecia que ha crecido de manera sostenida y casi que lineal si se observa la serie en términos monetarios tal y como se muestra en la figura 4; sin embargo, cuando se aprecia cómo la deuda se ha comportado durante el tiempo en términos de la proporción del PIB real, se refleja que el saldo de la deuda del gobierno nacional central tiene un comportamiento mucho más variable dado que el nivel de deuda aumenta de forma considerable en el primer trimestre de cada año y disminuye de manera constante hasta el último trimestre de cada año. Esto implica que la deuda interna del gobierno nacional central se ha convertido en una de las principales fuentes de financiamiento al inicio de cada año y que ha sido mucho más significativa en comparación a otro tipo de financiamiento como podría ser el externo, tal y cómo se refleja en la siguiente figura, en donde la proporción media de la deuda pública interna en el total del endeudamiento anual del gobierno nacional central es del 64.70% desde el año 1999 hasta el 2022 y que se compone, principalmente, por bonos de tipo TES.

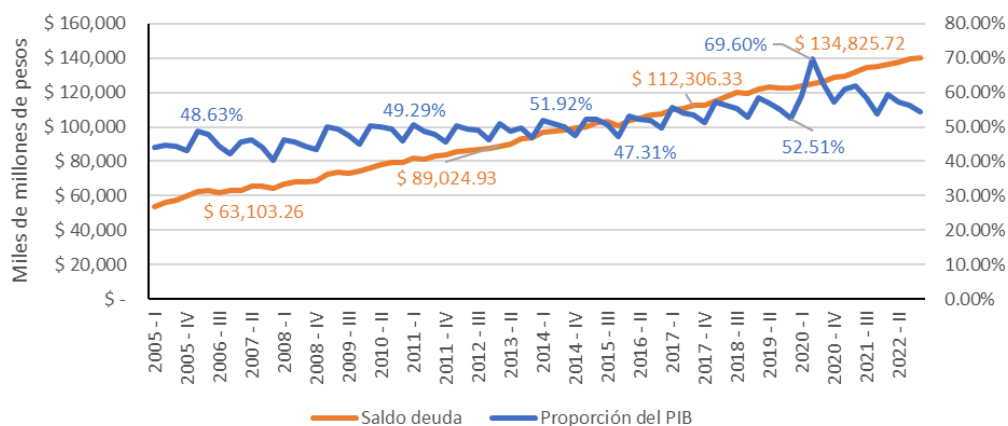
Figura 3. Saldos deuda total del gobierno nacional central (proporción)



Nota. Elaboración propia con datos del Ministerio de Hacienda y Crédito Público.

Por otro lado, se aprecia cómo es que el indicador se mantiene al alza pese al comportamiento descrito previamente, esto se debe a la necesidad de financiamiento por la situación de déficit fiscal con la que cuenta el país y que ha crecido de manera sostenida alcanzando el 7% del PIB a finales de 2021 tal y como lo reporta el observatorio fiscal de la Contraloría General de Nación (2021). Cabe resaltar que este saldo de la deuda interna del gobierno nacional central no tiene descontado el servicio a la deuda que se ha realizado, es decir, los datos obtenidos no contemplan los aportes a capital e intereses pagados por el gobierno nacional, es por ello por lo que los niveles de endeudamiento, como proporción del PIB, se ubican entre el 40.42% y el 69.60% con una proporción media de 50.92% a lo largo de la serie, cómo se observa en la figura 4. Se puede apreciar que la deuda interna del gobierno nacional central alcanza su pico más alto durante la crisis sanitaria de 2020, que se extendió durante todo el año, donde se hizo necesario el fortalecimiento del sistema de salud nacional y el otorgamiento de las transferencias para mantener el consumo de las familias mientras estas se encontraban en cuarentena.

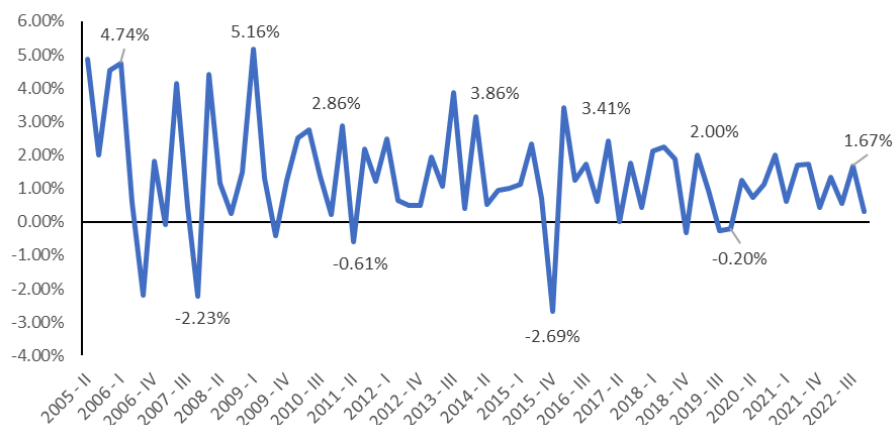
Figura 4. Saldo trimestral de la deuda interna real del gobierno nacional central (monetario y proporción del PIB) Colombia 2005 - 2022



Nota. Elaboración propia con datos del Banco de la República.

La deuda pública interna medida por medio del saldo de deuda interna del gobierno nacional central muestra un crecimiento promedio del 1.37% trimestralmente, a su vez se observa que existen varios momentos en el que el nivel de endeudamiento por parte del gobierno nacional central fue menor que en el período previo, tal y como se evidencia en el tercer trimestre del año 2015 o en junio de 2011; de esta manera se aprecia de forma más clara cómo es que el nivel de deuda se hace menor conforme pase el año. Cuando se analiza su varianza y su desviación, se aprecia que el indicador no es muy volátil a lo largo del tiempo estudiado pues su variabilidad es de 0.000238% mientras que los datos se alejan en promedio un 0.015%, estos resultados se logran contrastar con un crecimiento de deuda menor trimestre tras trimestre tal y como se aprecia en el siguiente gráfico.

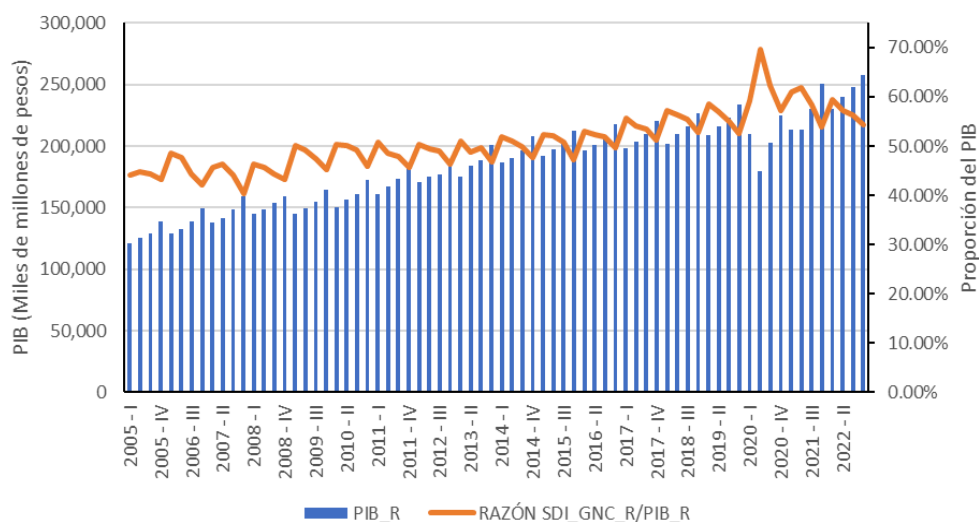
Figura 5. Tasa de crecimiento trimestral de la deuda interna del gobierno nacional - Colombia 2005 - 2022



Nota. Elaboración propia con datos del Banco de la República.

Como se puede observar, en la figura 6, el indicador puede ser una variable explicativa del PIB y, por ende, del crecimiento económico; lo anterior se puede apreciar cuando se aplica un coeficiente de correlación entre estas dos variables, donde se obtiene como resultado 0.9502, es decir, mientras una variable crece, la otra lo hace en la misma dirección, lo que implica que estas variables están fuertemente asociadas de forma lineal. Hasta este punto hay una relación directa entre el PIB y el saldo de la deuda pública interna medida por el saldo de la deuda pública del gobierno nacional central; de igual manera, se aprecia el efecto descrito previamente en la producción y se puede contrastar que el nivel de endeudamiento disminuye conforme pasa el año pero aumenta la deuda cada año, reflejando que el endeudamiento interno del gobierno nacional tiene una relación con el producto interno bruto como se aprecia en la siguiente gráfica.

Figura 6. PIB real vs Saldo deuda Interna del gobierno nacional central como proporción del PIB (2005.1 - 2022.4)

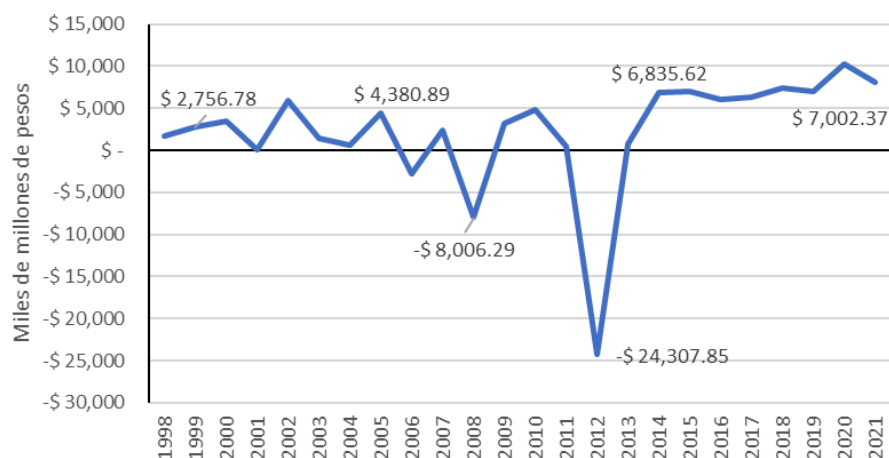


Nota. Elaboración propia con datos del Departamento Nacional de Estadísticas y del Banco de la República.

Deuda interna del sector público no financiero

Dentro del estudio de las variables se encuentra el indicador de la deuda interna del sector público no financiero, en el que se define como los gastos de las entidades que no pertenecen al sector financiero y que dependen del Estado. Este incluye al gobierno central nacional, los organismos de seguridad social, el sector de la electricidad, los establecimientos públicos nacionales, el sector regional y local público, las empresas municipales y departamentales, y otras entidades similares, por lo que tomar este indicador de deuda pública en lugar de la deuda interna del gobierno nacional central no apreciaría los efectos de largo plazo que se desean analizar pues este indicador únicamente describe los gastos de funcionamiento de las entidades y empresas estatales tal y como se muestra en el siguiente gráfico.

Figura 7. Saldo anual real de la deuda pública del sector público no financiero 1998 - 2021



Nota. Elaboración propia con datos del Banco de la República.

Planteamiento y Resultados del modelo econométrico

Pruebas

Para determinar la incidencia de la deuda pública interna del gobierno nacional central sobre el crecimiento económico de Colombia se realizó un modelo VAR (Vectores Autorregresivos) para el periodo 2005.1 a 2022.4, puesto que esta herramienta econométrica permite analizar el comportamiento de un conjunto de variables, las cuales presentan interacciones simultáneas. Además, este grupo de parámetros está formado por un sistema de ecuaciones con una serie de rezagos y dependiendo del número de estos se puede conocer el efecto de un factor explicado por el otro o sobre el otro.

El modelo VAR es una extensión de un modelo autorregresivo AR(P), con el fin de obtener una mejor comprensión de la relación que existe entre un conjunto de variables tal y como se plantea en la CEPAL (2016); a su vez son consideradas endógenas y no hay restricciones en los coeficientes de este modelo donde hay una relación entre las dos variables que son explicadas de la siguiente manera:

$$y_{1t}, y_{2t}$$

Después se plantean dos ecuaciones para este modelo:

$$y_{1t} = a_{11t}y_{1t-1} + a_{12t}y_{1t-2} + u_{1t} \quad (1)$$

$$y_{2t} = a_{21t}y_{1t-1} + a_{22t}y_{1t-2} + u_{2t} \quad (2)$$

Se reescriben las ecuaciones 1 y 2 en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} y_{1t} & y_{2t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{1t-1} & y_{2t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_{1t} & u_{2t} \end{bmatrix}$$

Esto da como resultado:

$$Y_t = AY_{t-1} + U_t^1$$

En donde:

- Y_t Vector de variables consideradas en el modelo.
- Y_{t-1} Variables rezagadas.
- A_t Matriz de parámetros.
- U_t Vector del término error.

Este modelo sigue los siguientes supuestos:

- $U_t \sim N[0, \Sigma_u]$ Normal.²
- $Var(U_t) = \Sigma_u$ constante.³
- $Cov(U_t, U_{t-i}) = 0 \quad i = 1, 2, \dots$ No existe autocorrelación.⁴

¹ Véase anexo 1. La prueba de especificación que busca la condición de estabilidad, para este caso las raíces de carácter polinomial deben ser menores a 1.

² Véase anexo 2. La prueba de autocorrelación serial determina que p-value es menor al 5% indicando que los residuos están correlacionados.

³ Véase anexo 3. La prueba de normalidad, esta determina si los errores se distribuyen de manera normal, para esta condición el p-value y la curtosis deben ser menores al 5%.

⁴ Véase anexo 4. La prueba de homocedasticidad de las varianzas de los residuales hace referencia a que la varianza de los errores que debe cumplir con la condición de que el p-value debe ser mayor al 5% esto quiere decir homocedasticidad.

Para esta primera parte del modelo VAR se realizó la transformación logarítmica de las variables de la deuda interna del gobierno nacional central y del PIB (ambos en términos reales). Posteriormente, se establece una prueba de cointegración de Phillips y Ouliaris para hallar si existe una relación espuria entre las dos variables, es decir, determinar si una de las variables es causante o no de la otra y eliminar cualquier sesgo en las muestras; este proceso obtuvo como resultado que estas variables no presentaron cointegración, ya que el valor estadístico del coeficiente es menor que el valor crítico al 10%. Para ello se establecen dos hipótesis, la primera (hipótesis nula) es que estas variables se encuentran cointegradas y la hipótesis alternativa será el caso contrario, es decir, las variables de interés no se encuentran cointegradas, como se aprecia en la tabla 1.

Tabla 1. Prueba de cointegración de Phillips y Ouliaris.

<i>Variable</i>	<i>Estadístico</i>	<i>Valor crítico al 10%</i>	<i>Decisión</i>
Combinación de vectores de deuda interna y PIB	7,2477	20,3933	Se rechaza H_0

Nota. Elaboración propia.

Posteriormente se realiza una primera diferencia para que las series sean estacionarias, como se expresa en la siguiente tabla para obtener resultados más explicativos; se establecen otras dos hipótesis respecto a esta prueba, la hipótesis nula establece que estas variables están cointegradas y la hipótesis alternativa será el caso contrario, el resultado es que las variables no se encuentran cointegradas, es decir, se rechaza la hipótesis nula. la tabla 2 muestra que las variables ya son estacionarias.

Tabla 2. Prueba de cointegración de Phillips y Ouliaris (primera diferencia)

<i>Variable</i>	<i>Estadístico</i>	<i>Valor crítico al 10%</i>	<i>Decisión</i>
Combinación de vectores de deuda interna y PIB	12,6148	20,3933	Se rechaza H_0

Nota. Elaboración propia.

Después se realizaron las pruebas de Dickey-Fuller aumentada, donde tiene en cuenta la tendencia y la constante, estas tienen el objetivo de medir si las variables poseen raíces unitarias y si no son estacionarias. Las hipótesis planteadas para estas pruebas son que el logaritmo del PIB no es una variable estacionaria, al igual que el logaritmo de la deuda pública interna del gobierno nacional central, y la hipótesis alternativa será el caso contrario para estas dos variables, los resultados se aprecian tabla 3.

Tabla 3. Prueba Dickey-Fuller aumentada

<i>Variable</i>	<i>Estadístico ADF</i>	<i>Valor crítico</i>	<i>Decisión</i>
LnPIB	-2,895	0,211	Se rechaza H_0
Lndebt	-0,950	0,947	No se rechaza H_0

Nota. Elaboración propia.

Por último, se repite el proceso para la prueba Dickey-Fuller aumentada, pero teniendo en cuenta la primera diferencia, tal y como realizó para la prueba Phillips y Ouliaris; esta prueba se aplica con el objetivo de determinar si las variables presentan raíces unitarias y si estas son estacionarias. Para este procedimiento se plantean dos hipótesis, la hipótesis nula será que las variables no son estacionarias y presenta raíces unitarias; y la hipótesis alternativa contempla que las variables son estacionarias y no presentan raíces unitarias. La tabla 4 expresa los siguientes resultados:

Tabla 4. Prueba Dickey-Fuller aumentada (primera diferencia)

<i>Variable</i>	<i>Estadístico ADF</i>	<i>Valor crítico</i>	<i>Decisión</i>
LnPIB	-3,822	0,023	Se rechaza H_0
Lndebt	-6,164	0,011	Se rechaza H_0

Nota. Elaboración propia.

Las variables en la primera diferencia del valor estadístico son mayores en términos absolutos en comparación con los valores críticos, esto significa que estas no poseen raíz unitaria y son estacionarias.

Causalidad de Granger

Con el objetivo de constituir si la deuda pública interna del gobierno nacional central es endógena al crecimiento económico (PIB), se realizó la prueba de Causalidad de Granger donde determina el número máximo de rezagos a través de la prueba de raíz unitaria aumentada de Dickey-Fuller (ADF) y si las variables son estacionarias. Luego, de que se haya confirmado la estacionalidad de estos parámetros se elaboró la prueba de causalidad en el sentido de Granger (1969), esto para comprobar si los resultados de una variable sirven para predecir a la otra variable, citado por Montenegro (1989) el cual plantea este test en forma de ecuaciones tal, que la serie temporal X causa a la serie temporal Z en el sentido de Granger cuando, en presencia del pasado de la serie Z, el pasado de la serie X ayuda a explicar la serie temporal de Z, con el fin de observar estos conceptos se consideraron las siguientes forma:

$$Z_t = a + \sum_{i=1}^{\infty} b_j Z_{t-i} + \sum_{i=1}^{\infty} c_j X_{t-j} + e_t \quad (1)$$

$$Z_t = d + \sum_{i=1}^{\infty} f_j Z_{t-i} + \sum_{i=1}^{\infty} g_j X_{t-j} + u_t \quad (2)$$

Donde a y d son constantes; b_j, c_j, f_j, g_j son los coeficientes y e_t y u_t son los residuos; dadas estas ecuaciones, se plantea que existe causalidad unidireccional de X a Z si alguno de los coeficientes de c_j es significativamente de cero y los coeficientes f_i son cero; no existe causalidad si tanto c_j como f_i son cero; y en el caso de que algunos coeficientes c_j y f_i son diferentes a cero da como resultado que X y Z son mutuamente causales.

Los resultados de la tabla 5 permiten deducir que la primera diferencia de la deuda pública interna no causa en el sentido de Granger en ninguno de los 4 rezagos a la primera diferencia del Producto interno Bruto (PIB). En el caso de la producción agregada se puede observar que en el tercer y cuarto rezago presenta causalidad en el sentido de Granger, esto significa que en estos rezagos el PIB explican a la deuda pública interna.

Tabla 5. Causalidad de granger

Causalidad de Granger	1 rezago	2 rezago	3 rezago	4 rezago
DebtDif_1 causa	0,2664	0,2697	0,1217	0,3832
PIBDif_1	0,6076	0,7409	0,0037** ⁵	0,01207* ⁶

Nota. Elaboración propia.

Función impulso respuesta

Esta función es una herramienta econométrica que analiza la relación entre variables a partir de modelos de series temporales y en modelos de vectores autorregresivos (VAR) describiendo la dinámica de las variables ante un sistema de estímulos (impulso) y los efectos obtenidos tras la participación de dicha variable en la otra (respuesta), es decir, la herramienta se

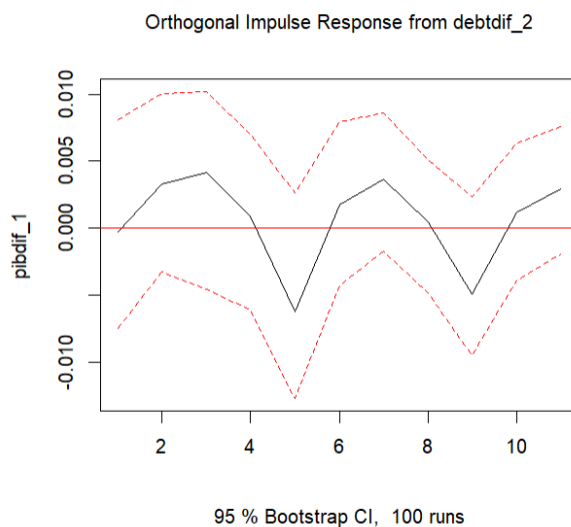
⁵ ** La hipótesis nula no puede ser rechazada a un nivel al 1 % de significancia.

⁶ *La hipótesis nula no puede ser rechazada a un nivel al 5% de significancia.

encarga de analizar el efecto conjunto a lo largo del tiempo entre las dos variables teniendo en cuenta si éstas se encuentran relacionadas o no.

El efecto total de la deuda pública interna adquirida por el gobierno nacional central en el PIB de largo plazo (crecimiento económico) no es estadísticamente significativo puesto que, en el corto plazo (trimestres 1, 2 y 3) hay un impulso respuesta positivo cuando se usa la deuda pública en la producción, esto contrasta con los trimestres 4 y 5, en donde este mecanismo de endeudarse provoca una respuesta negativa en la producción que se aprecia claramente en la figura 8; en otras palabras, es beneficiosa la adquisición de la deuda pero hasta el tercer trimestre, para el caso colombiano, y que los niveles de la producción agregada se ve que incide de manera negativa a lo largo de los dos trimestres siguientes después de utilizar endeudamiento, este comportamiento se repite de manera cíclica en los siguientes periodos⁷ pero siempre se encuentra en valores marginalmente pequeños.

Figura 8 Función impulso respuesta de la deuda pública interna hacia la producción agregada.



Nota. Se aprecia que el efecto de la deuda pública interna hacia la producción agregada es cercano a 0 rondando entre valores positivos y negativos. Fuente: Elaboración propia.

⁷ Véase el anexo 5. Impulso respuesta con 20 periodos de deuda pública interna en el crecimiento.

De igual manera, se puede decir que contraer este tipo de deuda provoca que el efecto total en el crecimiento económico no sea beneficioso ni provoca efectos negativos en la demanda agregada, puesto que la significancia estadística no deja ver que se presenten dichos efectos sobre la producción, además que el efecto de la deuda sobre el crecimiento del PIB no se estabiliza en largo plazo, esto es producto a la necesidad en la que los gobiernos han tenido que financiar el déficit fiscal con el que el Estado colombiano debe operar año tras año. Tal y como se describió previamente, la toma de deuda puede deberse a la rigidez del gasto público por el concepto de inversión pública, en donde el gasto se concentra en actividades que no generan valor, tal y como se encontró con los resultados de otros autores en otras partes del mundo. Todo ello implica que no hay respaldo empírico para recomendar que la toma de la deuda pública interna genere o estimule el crecimiento económico colombiano.

Conclusiones y recomendaciones

Conclusiones

- La investigación arrojó que el impacto de la deuda pública interna no es estadísticamente significativo sobre el crecimiento de la producción, tal y como se observó en la función impulso respuesta en la cual la deuda pública interna incide marginalmente que es muy pequeño sobre la producción. Esta conclusión va de la mano con la investigación de Panizza y Presbítero (2013) en donde se encontró que no existe una relación causal entre la deuda y el crecimiento.
- El ejercicio de estática comparativa realizado permitió encontrar algunas de razones por las que el crecimiento económico se vio afectado, tocando los escenarios de crisis económica tales como la explosión de la burbuja inmobiliaria en 2008, la crisis de los precios internacionales del petróleo a mediados de 2013 y 2015 y la crisis derivada por los Confinamientos del *COVID 19* del 2020 en donde se encontró que el endeudamiento público interno creció de manera considerable en dichos momentos en aras de mantener el consumo para evitar una caída en la producción más severa. Por otro lado, se encontró que la deuda y el PIB han mantenido un comportamiento creciente durante los 17 años estudiados, pero con variaciones trimestrales estables.
- Dada la razón deuda pública interna/PIB se ratifica que el nivel de endeudamiento no genera aportes a la producción dado su comportamiento cíclico, esto se debe a que los intereses generados por la deuda no son tomados en cuenta al momento de adquirir un mayor nivel de financiación; estos resultados también son equivalentes a los obtenidos por parte de Alvarado y Jiménez (2022) en su estudio para el caso ecuatoriano, en donde la relación existente

entre estas dos variables en el largo plazo resulta negativa y por ende se sugiere ajustar la razón deuda/PIB a un escenario más accesible para la política fiscal de dicho país.

- A su vez, se encontró que el financiamiento público interno es utilizado en mayor proporción que el endeudamiento público externo, lo cual puede obedecer al margen de maniobra que se puede tener al tomar la deuda en moneda nacional..

Recomendaciones

- Se recomienda a las entidades colombianas que miden, observan y monitorean los niveles de deuda que la publicación de los datos acerca del endeudamiento total se encuentre en precios constantes, corrientes y cómo proporción del PIB, así como descompuestos por el tipo de endeudamiento; este proceso eliminaría imprecisiones en el cálculo además de facilitar la toma de decisiones fiscales evitando que el endeudamiento interno crezca de manera acelerada sin efectos positivos en la producción de largo plazo tal y cómo se encontró en esta investigación.

- Se recomienda adoptar políticas fiscales para el país en términos del recaudo, tal y como el control de la evasión y elusión tributaria, la eficiencia del gasto público además el control y monitoreo del mismo con el fin de reducir la deuda pública interna y hacer que este mecanismo presente los efectos positivos en la producción agregada y en pro del desarrollo que se desean.

- Se propone continuar con el estudio de estas variables con fin de promover la importancia del fisco en el crecimiento económico, la producción y el bienestar para explorar posibles alternativas a los problemas de financiamiento y déficit fiscal; además de profundizar en cómo es que se ejecuta el gasto público en Colombia, con fin de encontrar los componentes por los que la deuda crece de manera constante sin efectos positivos en la producción.

- Se propone continuar con el estudio del endeudamiento público y su relación con la regla fiscal y el marco fiscal de mediano plazo. Esto con el fin de analizar otros factores que componen la deuda y sus efectos en otras variables macroeconómicas, además de buscar nuevas herramientas que permitan solventar el déficit fiscal de una manera más eficiente.
- Se recomienda evaluar si la deuda pública interna añade una mayor rigidez al gasto público y si esta situación del Estado colombiano provoca que el endeudamiento mantenga su comportamiento a través del tiempo, pues este trabajo no profundiza en las razones ni motivaciones existentes para el endeudamiento. Examinar los proyectos por los que se incurre en endeudamiento explicarían el aumento constante de este indicador macroeconómico.

Bibliografía

- Alvarado, R & Jiménez, I. (2022). Análisis sobre la incidencia de la deuda pública en el crecimiento económico de Ecuador durante el periodo 1990-2019. *Munich Personal Repec Archive*. <https://mpra.ub.uni-muenchen.de/113666/>
- Álvarez Beteta, A. (2021). *Deuda pública y crecimiento económico: el caso de la Unión Europea* [Tesis de grado Universidad de la Laguna] Dissertations & Theses A&I. <http://riull.ull.es/xmlui/handle/915/24322>
- Álvarez, M., Álvarez, M., & Álvarez, S. (2017). La Deuda Pública, el crecimiento económico y la política. *Polis*, 13. https://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1870-23332017000200041
- Banco Mundial.. (2021). *Datos del Banco Mundial sobre crecimiento del PIB*. <https://datos.bancomundial.org/indicador/NY.GDP.MKTP.KD.ZG?locations=ZJ>
- Blanchard, Olivier (1990), “Suggestions for New Set of Fiscal Indicators”, *Working Paper OECD*

Barro (1990). "Government Spending in a Simple Model of Economic Growth". *Journal of Political Economy*, 98(5), 103-125.

Cepal. (2016). *Econometría y análisis de políticas fiscales*.

https://www.cepal.org/sites/default/files/courses/files/hc_3_especificacion_var.pdf

Contraloría General de la República. (2016). *Situación de la Deuda Pública*. Bogotá D.C.:

Contraloría General de la República.

<https://www.contraloria.gov.co/documents/49986/622875/Situaci%C3%B3n+de+la+Deuda+P%C3%ABlica+2016.pdf/8d8cbaec-b86c-ce5a-a74d-2cdd995c56d0?t=1664842703825&download=true>

Contraloría General de la República. (2021). *Observatorio Fiscal*. *Obtenido de Contraloría General de República*:

<https://observatoriofiscal.contraloria.gov.co/Publicaciones/Situaci%C3%B3n%20de%20la%20Deuda%20P%C3%ABlica%202021.pdf>

Domar, Evsey, (1946). "Capital expansion, Rate of Growth, and Employment"

Econometría, 137-147.

DANE. *Comunicado de prensa Producto Interno Bruto (PIB)*. (2021).

https://www.dane.gov.co/files/investigaciones/boletines/pib/cp_PIB_IVtrim20.pdf

Espitia, J., Ferrari, C., González, J. I., Hernández, I., Reyes, L. C., Romero, A., Tassara, C.,

Varela, D., Villabona, J., & Zafra, G. (2018). El gasto público en Colombia. Reflexiones y propuestas. *Revista de Economía Institucional*, 21(40), 291–326.

<https://doi.org/10.18601/01245996.v21n40.11>

- Galindo, M., & Ríos, V. (2015). Deuda Pública. Serie de Estudios Económicos: México ¿Cómo vamos?, 2-11. *Harvard scholar*
<https://scholar.harvard.edu/files/vrios/files/201508-mexicodebt.pdf>
- Gómez, C. A. (2012). La Deuda Externa en Colombia y su Efecto en el Producto Interno Bruto en el Periodo de 1988 -2008. *Manizales: Universidad Nacional de Colombia*.
- Harrod, Roy, (1939). “An Essay in Dynamic Theory”, *Economic Journal* 49, 14-33.
- Ibrahim, H. (2015). *Effect of External Public Debt on Economic Growth: An Empirical Analysis of East African Countries*. University of Nairobi.
- Kaldor, N. (1974). Teoría del equilibrio y teoría del crecimiento. *King's college Cambridge University*.
<https://www.cambridge.org/core/journals/journal-of-the-history-of-economic-thought/article/abs/kaldors-growth-theory/78A635672A9188590197BB22D04E8986>
- Keynes, J.M., 1936. The General Theory of Employment, Interest and Money. *Nueva York: Harcourt and Brace*.
- Liu, K. (2022). Chinese local government debts: institutional change, roles in economic growth and pricing. *International Journal of Economic Policy in Emerging Economies*, 15(1), 12.
<https://doi.org/10.1504/IJEPEE.2022.120074>
- Lluch, C. (1972). “La Deuda Pública, ayer y hoy”. *Revista de economía política (n°61)*, 155-176.

- López, M., & Castañeda, C. A. (2008). Sostenibilidad de la deuda pública y crecimiento económico: *el caso de la economía colombiana. Perfil de Coyuntura Económica*, 11, 75–95. <https://bibliotecadigital.udea.edu.co/handle/10495/6703>
- Lozacano, L. I. (2002). Dinámica y características de la deuda pública en Colombia: 1996 – marzo de 2002. *Repositorio Banco de La República*.
- Marrero, F. (2012). Algunas reflexiones sobre el análisis de estática comparativa como un tema de Economía Matemática. *Economía y Desarrollo*, 148, 239–246. <https://www.redalyc.org/pdf/4255/425541206014.pdf>
- Massad, C, Zahler, Roberto. (Ed.). (1987). *Deuda Interna y Estabilidad Financiera*. Grupo Editor Latinoamericano S.R.L. <https://repositorio.cepal.org/handle/11362/8986>
- Medina, J. V., Medina, G. V., Mora, C. O., & Resumen, P. (2020). *El impacto de la deuda pública en el crecimiento económico: un estudio empírico de México (1994-2016)*. <https://repositorio.cepal.org/handle/11362/45430>
- Mill, J. S. (1848). *Principios de Economía Política*. Londres: Longmans, Green, Reader, and Dyer. <https://www.sintesis.com/data/indices/9788497565431.pdf>
- Montenegro, A. (1989). Inversión y PNB: Relaciones de causalidad. *Revista Desarrollo Y Sociedad*, 1(24), 53–61. <https://doi.org/10.13043/dys.24.2>
- Nogales, A. (2011). Crecimiento económico, desigualdad y pobreza. *Real Academia de Ciencia Morales y Políticas*, 35-52. <https://www.ucm.es/data/cont/docs/518-2013-11-27-Ponencia%20210611.pdf>
- Ocampo, J. A., & Eyzaguirre, R. (2023). *Sostenibilidad de la deuda pública en América Latina y el Caribe*. <https://repositorio.cepal.org/handle/11362/48764>

- Orozco, C. (2012). *La deuda externa en Colombia y su efecto en el producto interno bruto en el periodo de 1988-2008*. [Tesis de maestría, Universidad Nacional de Colombia].
https://www.lareferencia.info/vufind/Record/CO_cc078dc9a5b95be1f5f5a41e798811db
- Panizza, U., & Presbitero, A. F. (2013). Public debt and economic growth in advanced economies: A survey. *Swiss Journal of Economics and Statistics*, 149(2), 175–204.
<https://doi.org/10.1007/BF03399388/METRICS>
- Pattillo, C., Héléne, P., & Luca Ricci. (2002). La deuda externa y el crecimiento. *Finanzas & Desarrollo*, 39, 32–35. <http://www.imf.org>
- Rabanal, C., & Helbig, J. (2020). Midiendo el impacto de largo plazo para la relación Deuda Pública y Crecimiento Económico en América Latina: 1970-2016. *REICE: Revista Electrónica de Investigación en Ciencias Económicas*, 7(14), 27–41.
<https://doi.org/10.5377/REICE.V7I14.9372>
- Rendón, L., & Mejía, P. (2015). Producción manufacturera en dos regiones mexiquenses: evaluación de las leyes de Kaldor. *Sociedad y Territorio*, vol. *Economía, Sociedad y Territorio*, 425-454. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=6857075>
- Ricardo, D. (2003). Principios de Economía Política y Tributación (4ª ed.). Madrid, España: Pirámide.
https://ehu.eus/Jarriola/Docencia/EcoInt/Lecturas/David%20Ricardo_Principios_VII_Co mercio%20exterior.pdf
- Robinson, Joan V. (1956). The Accumulation of Capital. London: Macmillan.
- Rubio, O., Ojeda, J., & Montes, E. (2003). Deuda externa, inversión y crecimiento en Colombia, 1970-2002. Borrador 272 <https://www.banrep.gov.co/docum/ftp/borra272.pdf>
- Smith, A. (1996). La riqueza de las naciones (5ta ed.). Madrid, España: Alianza Editorial S.A.

Solow, R. M. 1956. Contribution to the Theory of Economic Growth, *Quarterly Journal of Economics* 70, 65

Universidad Autónoma Metropolitana. (1997). *Deuda, Inflación y Déficit*. Ciudad de México: Universidad Autónoma Metropolitana. <https://www.oocities.org/ajlasa/polec2/elibro.htm>

Anexos

Anexo A

Modelo VAR de deuda interna con PIB.

1. Prueba de especificación.

```

VAR Estimation Results:
=====
Endogenous variables: debtdif_2, pibdif_1
Deterministic variables: const
Sample size: 67
Log Likelihood: 342.239
Roots of the characteristic polynomial:
0.9599 0.9599 0.9518 0.6122 0.6122 0.6059 0.5421 0.5421
Call:
VAR(y = gnp_d1, p = 4)

```

Todas las raíces de características polinomiales son menores a 1, se cumple la condición de estabilidad.

2. Prueba de correlación serial.

```

Portmanteau Test (asymptotic)
data: Residuals of VAR object gnpVAR
Chi-squared = 7.7929, df = 0, p-value < 2.2e-16
~ |

```

El p-value es menor al 5% esto indica que los residuos están correlacionados.

3. Prueba de normalidad de los residuos.

```

$Skewness
      Skewness only (multivariate)
data: Residuals of VAR object gnpVAR
Chi-squared = 54.335, df = 2, p-value = 1.59e-12

$Kurtosis
      Kurtosis only (multivariate)
data: Residuals of VAR object gnpVAR
Chi-squared = 839.83, df = 2, p-value < 2.2e-16

```

Los p-value de los sesgos y la curtosis son menores al 5% se comprueba que no hay normalidad de los residuos.

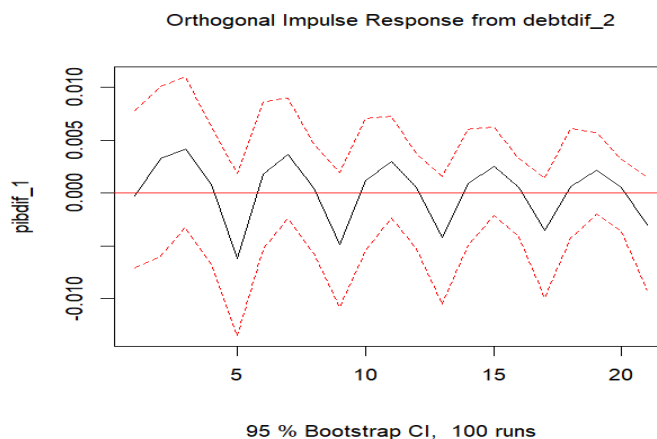
4. Prueba de homocedasticidad de las variables residuales.

ARCH (multivariate)

data: Residuals of VAR object gnpVAR
 Chi-squared = 76.241, df = 63, p-value = 0.1221

El p-value es mayor al 5% y la varianza de los residuos es constante.

5. Impulso respuesta con 20 periodos de deuda pública interna en el crecimiento.



Anexo B

Enlace: endeudamiento interno del gobierno nacional central y Producto interno bruto.

6. Base de datos del Banco de la república:

<https://totoro.banrep.gov.co/analytics/saw.dll?Portal>

7. Base de datos Deuda Gobierno nacional Central MinHacienda

https://www.minhacienda.gov.co/webcenter/portal/EntidadesFinancieras/pages_EntidadesFinancieras/PoliticaFiscal/dgg/deudagobiernonacionalcentral

8. Producto Interno Bruto -PIB- nacional trimestral:

<https://www.dane.gov.co/index.php/estadisticas-por-tema/cuentas-nacionales/cuentas-nacionales-trimestrales/pib-informacion-tecnica>